

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA MULTIVARIADA

EMERSON JOSÉ DE PAIVA (UNIFEI)

emersonpaiva@unifei.edu.br

ANDERSON PAULO PAIVA (UNIFEI)

andersonppaiva@yahoo.com.br

PEDRO PAULO BALESTRASSI (UNIFEI)

ppbalestrassi@gmail.com

ALUIZIO RAMOS SALGADO JUNIOR (UNIFEI)

aluizio.salgado@thyssenkrupp.com

Resumo: A CRESCENTE CONCORRÊNCIA ENTRE AS ORGANIZAÇÕES TORNA MAIS FREQUENTE E IMPORTANTE A BUSCA CONTÍNUA POR MELHORIAS DOS PROCESSOS PRODUTIVOS. TAIS PROCESSOS SOFREM INFLUÊNCIA DE UM GRANDE NÚMERO DE VARIÁVEIS, GERALMENTE, CORRELACIONADAS. TRATARR ADEQUADAMENTE ESSAS VARIÁVEIS, CONSIDERANDO SUA PROVÁVEL CORRELAÇÃO É O OBJETIVO DO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA BASEADA NA ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS, PROPOSTO POR ESTE TRABALHO. DENOMINADO DE ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO DUAL (EQMM DUAL), UTILIZANDO UM ARRANJO CRUZADO NA DETERMINAÇÃO DE UMA SOLUÇÃO DE COMPROMISSO ENTRE AS VARIÁVEIS DE RESPOSTA, O MÉTODO É CAPAZ DE DETERMINAR O PONTO ÓTIMO GLOBAL DO SISTEMA QUE LEVE AS VARIÁVEIS DE RESPOSTAS CORRELACIONADAS A ASSUMIREM VALORES PRÓXIMOS DE ALVOS PRÉ-ESTABELECIDOS, COM MÍNIMA VARIAÇÃO, INDEPENDENTEMENTE DA CONDIÇÃO DE RUÍDO A QUE O PROCESSO ESTEJA SUBMETIDO. PARA DEMONSTRAR SUA APLICAÇÃO, UM PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL DE TORNEAMENTO DO AÇO DE CORTE FÁCIL ABNT 12L14 FOI DESENVOLVIDO, VISANDO A OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLAS CARACTERÍSTICAS DE QUALIDADE QUE CARACTERIZAM O ACABAMENTO SUPERFICIAL DA PEÇA, BEM COMO A PRODUTIVIDADE DO PROCESSO, ENVOLVENDO 3 VARIÁVEIS DE CONTROLE (X), 6 VARIÁVEIS DE RESPOSTA (Y) E 3 VARIÁVEIS DE RUÍDO (Z). OS RESULTADOS OBTIDOS EM DOIS GRUPOS DE ANÁLISE DISTINTOS FORAM SATISFATÓRIOS, DEMONSTRANDO A VIABILIDADE DO MÉTODO PROPOSTO.

Palavras-chaves: OTIMIZAÇÃO ROBUSTA, ERRO QUADRÁTICO MÉDIO MULTIVARIADO DUAL (EQMM DUAL), ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS

MULTIVARIATE ROBUST OPTIMIZATION

Abstract: *INCREASING COMPETITION AMONG ORGANIZATIONS BECOMES MORE FREQUENT AND IMPORTANT TO SEARCH CONTINUOUSLY FOR IMPROVEMENT OF PRODUCTION PROCESSES. SUCH PROCESSES ARE INFLUENCED BY A LARGE NUMBER OF VARIABLES GENERALLY CORRELATED. ADEQUATELY ADDRESS THESE VARIABLES, CONSIDERING ITS PROBABLE CORRELATION IS THE GOAL OF ROBUST OPTIMIZATION METHOD BASED ON PRINCIPAL COMPONENT ANALYSIS, PROPOSED BY THIS RESEARCH. CALLED MEAN SQUARE ERROR OF MULTIVARIATE DUAL (DUAL EQMM), USING A CROSS ARRANGEMENT TO DETERMINE A COMPROMISE SOLUTION BETWEEN THE RESPONSE VARIABLES, THE APPROACH IS ABLE TO DETERMINE OPTIMUM OVERALL SYSTEM THAT TAKES THE VARIABLES CORRELATED RESPONSES TO TAKE VALUES CLOSE TO PRE-ESTABLISHED TARGETS, WITH MINIMAL VARIATION, REGARDLESS OF THE CONDITION OF NOISE TO WHICH THE CASE IS SUBMITTED. TO DEMONSTRATE ITS APPLICATION, AN EXPERIMENTAL PROCEDURE FOR TURNING ABNT 12L14 FREE-CUTTING STEEL WAS DEVELOPED FOR OPTIMIZATION OF MULTIPLE QUALITY CHARACTERISTICS THAT CHARACTERIZE THE SURFACE ROUGHNESS OF THE PIECE, AS WELL AS PRODUCTIVITY OF THE PROCESS, INVOLVING THREE CONTROL VARIABLES (X), SIX RESPONSE VARIABLES (Y) AND THREE NOISE VARIABLES (Z). THE RESULTS OBTAINED IN TWO SEPARATE GROUPS OF ANALYSIS WERE SATISFACTORY, DEMONSTRATING THE FEASIBILITY OF THE PROPOSED METHOD.*

Keyword: *ROBUST OPTIMIZATION, DUAL MULTIVARIATE MEAN SQUARE ERROR (DUAL MMSE), PRINCIPAL COMPONENTS ANALISYS (PCA)*

1. Introdução

Encontrar uma condição ótima para operação de um processo que o viabilize ou que produza resultados com consideráveis melhorias é o objetivo dos métodos de otimização. Através de algoritmos de modelagem, aliados a ferramentas e metodologias estatísticas diversas, busca-se estabelecer funções de transferência entre os dados e as variáveis de controle, viabilizando a determinação do ponto ótimo.

Entretanto, em grande parte dos processos, a qualidade não pode ser avaliada por apenas uma característica funcional (MYERS e MONTGOMERY, 1995) e a análise individual de um experimento com múltiplas respostas podem conduzir a análises univariadas a conclusões sem sentido (KHURI e CORNELL, 1996). A quase totalidade das pesquisas em otimização que utilizam alguma metodologia experimental para múltiplas respostas, trata as respostas de forma isolada na fase de construção dos modelos de regressão. Este processo pode ser ineficiente, especialmente se as respostas forem fortemente correlacionadas.

Para tratamento adequado destes relacionamentos, uma abordagem combinada entre o Projeto e Análise de Experimentos (DOE), a Metodologia de Superfície de Respostas (MSR) e o conceito de Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM) foi proposta por Paiva (2008). A idéia principal é a de buscar a minimização das distâncias entre as respostas e seus respectivos alvos e variâncias, em problemas do tipo NTB (*Nominal-the-better*).

Baseado nessas ferramentas, este trabalho apresenta a otimização multiobjetivo de múltiplas características correlacionadas do processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT/SAE 12L14, segundo o método proposto por Paiva (2008).

2. Otimização multivariada baseada na metodologia de superfície de resposta dual

Considerando a natureza da maioria dos processos de manufatura, dois são os objetivos da otimização: a busca pela minimização da distância entre uma determinada resposta em relação a seu alvo (T) e a minimização de sua variância. Segundo Vining e Myers (1990), para se alcançar esses objetivos, geralmente se utiliza a Metodologia de Superfície Dual, como forma de se atingir os alvos propostos para cada característica de qualidade envolvida, baseado numa superfície de resposta para a média (ω_μ) e outra para a variância (ω_σ), ambas escritas como um polinômio de segunda ordem completada pelo algoritmo dos Mínimos Quadrados Ordinários. Lin e Tu (1995), acrescentam que essas funções podem ser combinadas, através da minimização do Erro Quadrático Médio (EQM), como critério de otimização simultânea de média e variância, conforme demonstra a Eq. (1).

$$EQM = (\hat{\omega}_\mu - T)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \quad (1)$$

Derringer e Suich (1980) propuseram um conjunto de transformações para cada uma das p respostas, resultando numa função individual denominada *Desirability* (d_i), com $0 \leq d_i \leq 1$. O método permite incluir a importância individual de cada resposta (w_i). Embora o método não tenha sido desenvolvido especificamente para problemas de Superfície de Resposta Dual, a formulação pode ser utilizada com esta conotação, em problemas do tipo NTB. Neste caso, a transformação *Desirability* pode ser escrita como o sistema de Eq. (2):

$$d_i[f_i(\mathbf{x})] = \begin{cases} 0 & \text{se } f_i(\mathbf{x}) \leq f_i^{\min} \text{ or } f_i(\mathbf{x}) > f_i^{\max} \\ \frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^{\min}}{T_i - f_i^{\min}} & \text{se } f_i^{\min} < f_i(\mathbf{x}) \leq T_i \\ \frac{f_i^{\max} - f_i(\mathbf{x})}{f_i^{\max} - T_i} & \text{se } T_i < f_i(\mathbf{x}) \leq f_i^{\max} \end{cases} \quad (2)$$

Onde $f_i(\mathbf{x})$, f_i^{\min} e f_i^{\max} são, respectivamente, o valor de $f_i(\mathbf{x})$ no ótimo, o mínimo e o máximo valor aceitável para a i -ésima resposta. As transformações individuais das respostas podem ser combinadas utilizando-se uma média geométrica (D), como demonstra a Eq. (3):

$$D = \left[\prod_{i=1}^n d_i^{w_i}(\hat{Y}_i) \right]^{\frac{1}{W}} \quad (3)$$

O método *Desirability*, entretanto, possui algumas limitações, quando implementado para múltiplas respostas, destacando-se: a) a dependência do método por uma escolha subjetiva das funções di individuais; e b) assim como destacam e Wu (2005), o método não considera a variância das respostas, nem a estrutura de correlação entre elas.

Segundo Paiva (2008), a otimização de múltiplas respostas pode ser obtido através da aplicação do Erro Quadrático Médio Multivariado Dual (EQMM), uma adaptação ao EQM, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse. A partir de combinações entre a Metodologia de Superfície de Resposta e a Análise de Componentes Principais, chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o EQMM.

2.1. Análise de Componentes Principais (ACP)

A Análise de Componentes Principais é uma técnica estatística multivariada que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações lineares das variáveis originais, com o objetivo de se reduzir a dimensionalidade de vetores de entradas ou de saídas em determinados equacionamentos (JOHNSON E WICHERN, 2002) e facilitar sua interpretação, uma vez que, segundo Rencher (2002), ela revela relacionamentos que não seriam previamente identificados com o conjunto original.

A idéia básica da ACP é que, embora p componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, em geral, grande parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno grupo de k componentes principais. Em outras palavras, pode-se dizer que existe tanta informação em k componentes principais quanto nas p variáveis originais. Assim, o conjunto original de dados pode ser reduzido a poucos componentes principais, dependentes, tão somente, da matriz de variância-covariância Σ ou da matriz de correlação ρ das variáveis X_1, X_2, \dots, X_p .

Seja o vetor aleatório $X^T = [X_1, X_2, \dots, X_p]$, cuja matriz de variância-covariância Σ possua autovalores $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$. O primeiro componente principal (PC_1), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possuir a máxima variância. Genericamente, o i -ésimo componente principal será a combinação linear $\ell_i^T X$ que resultar das Eq. (4), (5) e (6) a seguir:

$$\text{Maximizar } \text{Var}(\ell_i^T X) \quad (4)$$

$$\text{Sujeito a: } \ell_i^T \ell_i = 1 \quad (5)$$

$$\text{Cov}(\ell_i^T X, \ell_k^T X) = 0 \quad \text{para } k < i \quad (6)$$

Um conjunto de variáveis originais pode ser substituído por combinações lineares na forma de “escores” do componente principal. Desta maneira, assumindo-se x_{pn} como sendo uma observação aleatória, \bar{x}_p a p-ésima resposta média, $\sqrt{s_{pp}}$ o desvio padrão, p a resposta e $[E]$ como sendo os autovetores do conjunto multivariado, tem-se como resultado:

$$PC_{score} = [Z][E] \quad (7)$$

Os métodos mais utilizados para estimativa do número de componentes principais significantes são aqueles baseados nos critérios de Kaiser (JOHNSON E WICHERN, 2002). De acordo com esses critérios, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada deve ser superior a 80%.

2.2. Erro Quadrático Médio Multivariado Dual

Baseado no Erro Quadrático Médio (EQM) empregado por Köksoy e Yalcinoz (2006), Lin e Tu (1995), representado pela Eq. (3), Paiva (2008) propôs uma adaptação, capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse, a partir de combinações entre a Metodologia de Projeto de Experimentos (DOE), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) e a Análise de Componentes Principais (ACP), para gerar uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica, então, o método do Erro Quadrático Médio Multivariado Dual (EQMM Dual). Este método é capaz de determinar o ponto ótimo global do sistema que leve as variáveis de resposta correlacionadas a assumirem valores próximos dos valores alvos, com mínima variação, independente da condição de ruído a que o processo esteja submetido.

Seguindo com a aplicação do método proposto, verifica-se a existência da estrutura de correlação entre as variáveis de resposta de interesse em cada bloco de variáveis. Com o conhecimento da estrutura de correlação é possível garantir a correta aplicação do método EQMM Dual. Parte-se para a execução da ACP propriamente dita, quando são gerados os autovalores (λ_i), os autovetores (e_i) e os escores dos componentes principais de cada bloco.

Após o cálculo dos alvos padronizados, também é possível determinar quais são os alvos em termos de componentes principais.

Se somente um componente principal for selecionado para o bloco de variâncias, o cálculo de seu respectivo EQMM deve seguir a formulação dada pela Eq. (8).

$$EQMM_{s^2} = [PC_{1s^2} - T(PC_{1s^2})]^2 + \lambda_{1s^2} \quad (8)$$

Caso um maior número de componentes principais seja necessário para explicar a variação dos dados, então o cálculo de EQMM para o bloco de variâncias deve seguir a formulação dada pela Eq. (9):

$$EQMM_{s^2} = \left[\prod_{j=1}^p EQMM_{PC_{j s^2}} \mid \lambda_{j s^2} \geq 1 \right]^{\frac{1}{p}} \quad (9)$$

Considerando $EQMM_{s^2}$ como a função objetivo e fixando os componentes principais do bloco de médias $PC_{i\mu}$ como restrições de igualdade, o sistema de otimização dual pode ser estruturado como:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } EQMM_{s^2} \\ & \text{Sujeito a: } PC_{i\mu} = T(PC_{i\mu}) \\ & \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (10)$$

3. Usinagem do Aço de corte fácil ABNT 12L14

Como forma de demonstrar a eficiência do método EQMM Dual, um procedimento experimental em aço ABNT/SAE 12L14 foi desenvolvido. Neste procedimento experimental, corpos de prova de aço ABNT/SAE 12L14, cuja composição é apresentada pela Tabela 3.1, com dimensões de $\phi 50$ mm x 295 mm (peças grossas) e $\Phi 30$ x 295 mm (peças finas) foram utilizadas em um processo de torneamento, devidamente identificadas.

Tabela 3.1 – Composição química do aço ABNT/SAE 12L14

Elemento	C	Si	Mn	P	S	Cr	Ni	Cu	Al	Mo	Pb	N ₂
	Carbono	Silício	Manganês	Fósforo	Enxofre	Crômio	Níquel	Cobre	Alumínio	Molibdênio	Chumbo	Nitrogênio
Teor (%)	0,090	0,030	1,240	0,046	0,273	0,150	0,080	0,260	0,001	0,020	0,280	0,0079

As ferramentas de corte utilizadas neste trabalho foram metal duro classe ISO P35 revestido com três coberturas (Ti(C,N), Al₂O₃, TiN), (GC 4035 Sandvik) na geometria ISO SNMG 09 03 04 – PM e o suporte designação ISO DSBNL 1616H 09. Geralmente para processos semelhantes, a escolha seria por uma ferramenta de aço rápido, com velocidade de corte em torno de 100 m/min. Entretanto, este tipo de usinagem proporcionaria baixa vida de ferramenta e baixa produtividade do processo devido a perdas de *setup* e *pre-set* das ferramentas. A opção pela ferramenta de metal duro para o torneamento do aço de corte fácil 12L14 se deu como forma de se minimizar essas perdas, além de se buscar o aumento da velocidade de corte, da vida de ferramenta, produtividade do processo e, sobretudo, se obter maior estabilidade e controle do processo, principalmente, da rugosidade.

Para este modelo uma nova condição foi adicionada: o comportamento da otimização frente à possível presença de fatores de ruído, demonstrando ser possível dar o devido tratamento e, ainda assim, obter parâmetros compatíveis de usinagem.

As variáveis de controle adotadas para esse procedimento foram velocidade de corte (V_c), avanço da ferramenta (f_n) e profundidade de corte (a_p). Estas variáveis são reconhecidamente as mais importantes, uma vez que influenciam fortemente o processo de torneamento, principalmente o acabamento superficial do produto e o desgaste de ferramenta.

A escolha da faixa a ser utilizada para os parâmetros de usinagem durante a execução do trabalho depende de diversos fatores, entre eles: o tipo de material que será usinado, a máquina disponível para o trabalho e a ferramenta de corte selecionada. Os valores destes parâmetros de usinagem estão descritos na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Variáveis de controle

Variáveis de Controle	Níveis		
	-1	0	+1
Velocidade de corte (V_c)	220	280	340
Avanço de ferramenta (f_n)	0,08	0,10	0,12
Profundidade de corte (a_p)	0,70	0,95	1,20

Para a determinação dos valores de rugosidade de cada corpo de prova, após o torneamento e resfriamento dos mesmos, foi utilizado um rugosímetro MITUTOYO *Surftest* SJ-201P. Os valores medidos para as variáveis de resposta R_a , R_y , R_z , R_q e R_t foram obtidos simultaneamente, durante o percurso da unidade de avanço e posteriormente registrados em planilha eletrônica.

O experimento planejado para a execução deste trabalho foi uma adaptação à estratégia sugerida por Taguchi para projeto de parâmetro robusto. Trata-se de um arranjo cruzado composto por um arranjo interno, utilizando-se as variáveis de controle, e outro arranjo externo, utilizando-se as variáveis de ruído. Entretanto, o arranjo ortogonal de Taguchi, proposto para ser utilizado como arranjo interno, foi substituído por um CCD composto por oito pontos fatoriais, seis pontos axiais e três pontos centrais. Assim, considerando a equação 6 e $k = 3$ (variáveis de controle), obtêm-se $\rho = 1,682$ e a razão Sinal/Ruído foi desprezada por não se tratar de um arranjo ortogonal. O arranjo externo utilizado foi um fatorial completo com níveis mistos $2^2 \times 3$.

Foram usinados, ao todo, sessenta e oito corpos de prova, com doze pontos de medição, cada um, sendo quatro pontos de medição distantes 90° entre si em relação à seção transversal em cada uma das 3 regiões de medição (contraponto, centro e castanha).

Os resultados de média e variância dos experimentos para a variável R_a estão apresentados na Tabela 3.3.

 Tabela 3.3 – Valores obtidos no experimento para a variável R_a

R_a		Arranjo Externo												Resumo				
		k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			12		
		Esbeltez	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1			+1	+1	
		Desgaste	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1				
		Posição	-1	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1				
Arranjo Interno (CCD)	i	V_c	f_n	a_p	R_{a1}	R_{a2}	R_{a3}	R_{a4}	R_{a5}	R_{a6}	R_{a7}	R_{a8}	R_{a9}	R_{a10}	R_{a11}	R_{a12}	R_{a_i}	$s^2 R_{a_i}$
	1	-1	-1	-1	0,747	0,816	0,831	1,528	1,776	2,320	3,829	0,984	1,046	0,869	0,748	0,781	1,356	0,851
	2	+1	-1	-1	0,733	0,752	0,801	1,364	2,059	2,249	3,970	0,974	1,021	3,136	1,869	0,847	1,648	1,101
	3	-1	+1	-1	1,093	1,155	1,168	1,844	2,296	2,153	3,505	1,413	1,483	1,796	1,736	1,744	1,782	0,441
	4	+1	+1	-1	1,163	1,146	1,260	1,865	2,557	2,431	1,574	1,498	1,485	3,280	1,832	1,981	1,839	0,413
	5	-1	-1	+1	1,139	1,320	1,258	1,304	1,593	2,111	9,694	1,471	1,693	2,235	1,380	1,449	2,220	5,649
	6	+1	-1	+1	1,169	0,950	0,856	1,472	1,359	1,803	4,177	1,438	1,600	7,148	3,151	1,263	2,199	3,358
	7	-1	+1	+1	1,553	1,583	1,589	1,686	1,677	1,729	1,949	1,538	1,576	3,100	1,952	1,873	1,817	0,186
	8	+1	+1	+1	1,557	1,693	1,623	1,542	1,637	1,649	3,450	1,574	1,617	5,533	3,132	1,813	2,235	1,497
	9	-1,68	0	0	1,300	1,109	1,129	1,399	1,707	1,531	4,797	1,309	1,368	3,627	1,842	1,649	1,897	1,279
	10	+1,68	0	0	1,009	0,850	1,044	1,962	1,866	1,735	5,441	1,526	1,413	4,353	2,387	1,363	2,079	1,976
	11	0	-1,68	0	1,471	1,271	1,323	2,158	2,005	1,868	4,129	2,083	1,263	2,828	1,094	0,661	1,846	0,855
	12	0	+1,68	0	1,363	1,387	1,460	2,329	1,998	1,918	3,409	1,554	1,524	1,783	1,709	1,733	1,847	0,320
	13	0	0	-1,68	1,160	1,218	1,273	2,226	2,345	2,486	1,265	1,065	1,102	2,602	1,667	1,758	1,680	0,344
	14	0	0	+1,68	1,470	1,363	1,403	2,088	2,464	2,493	5,220	1,322	1,262	3,368	2,658	2,508	2,301	1,305
	15	0	0	0	1,255	1,313	1,420	2,418	2,176	2,197	6,688	1,214	1,201	3,101	2,783	2,061	2,319	2,314
	16	0	0	0	1,143	1,304	1,323	2,191	2,234	2,286	6,275	1,145	1,136	2,789	3,013	1,960	2,233	2,055
17	0	0	0	0,917	1,075	1,148	2,533	2,366	2,371	6,064	1,152	1,165	3,196	2,993	2,106	2,257	2,080	

A partir dos dados colhidos, verificou-se inicialmente a influência dos fatores de ruído sobre cada variável de resposta e se os níveis escolhidos para as variáveis de ruído eram

capazes de gerar a variação esperada. Foi possível identificar um padrão de comportamento para todas as variáveis de resposta nas diversas condições de ruído experimentadas. As condições de ruído sete (peça fina, ferramenta nova e medição no contraponto) e dez (peça fina, ferramenta usada e medição no contraponto) foram as que provocaram alteração significativa na variável de resposta estudada.

Uma vez verificada a eficiência do arranjo experimental proposto, foram conduzidos os cálculos para todas as respostas, divididos, inicialmente, em um grupo para as médias e outro para as variâncias.

Depois de se realizar os ajustes necessários no modelos quadráticos completos (teste de normalidade, aderência, heteroscedasticidade, etc) gerou-se, então, dois modelos quadráticos completos. A Tabela 3.4 apresenta o modelo quadrático para o grupo de médias.

Tabela 3.4 – Modelos quadráticos para as médias

	R_a	R_v	R_z	R_q	R_t	MRR
b_0	2,272 ¹	12,468	10,195	2,698	12,708	26,600
b_1	0,077	0,241	0,264	0,087	0,172	5,679
b_2	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254	5,082
b_3	0,212	1,362	1,112	0,265	1,418	6,997
b_{11}	-0,107	-	-	-0,104	-	-
b_{22}	-0,157	-0,672	-0,485	-0,171	-0,643	-
b_{33}	-0,106	-0,523	-0,385	-0,122	-0,511	-
b_{12}	-	-	-	-	0,302	1,140
b_{13}	-	-	-	-	-	1,500
b_{23}	-0,123	-0,469	-0,567	-0,143	-0,518	1,400
R^2	93,2%	91,6%	92,9%	93,1%	91,3%	99,9%
R^2 ajustado	87,9%	86,6%	88,7%	87,6%	84,6%	99,8%
P-Value LOF	0,151	0,03	0,038	0,114	0,064	-
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Não
$R^2 (e^2 \times \hat{y})$	0,008	0,044	0,006	0,000	0,010	0,007
$n \times R^2$	0,136	0,748	0,102	0,000	0,170	0,119
Heteroscedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não

Os modelos para o grupo das variâncias apresentaram resíduos heteroscedásticos (s^2R_y, s^2R_q, s^2R_t) e a análise de LOF indicaram que alguns modelos não eram adequados (s^2R_y, s^2R_t). Ainda assim, os modelos foram considerados, pela fato de terem apresentado excelentes ajustes. A Tabela 3.5 resume os modelos matemáticos adotados para cada variável de resposta.

Tabela 3.5 – Modelos quadráticos para as variâncias

	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_r$
b₀	2,079¹	45,592	40,124	2,897	46,242
b₁	0,032	3,948	3,975	0,161	4,008
b₂	-0,647	-10,756	-13,732	-0,904	-10,962
b₃	0,750	19,052	13,280	0,977	18,993
b₁₁	-	-	-	-	-
b₂₂	-0,387	-6,403	-5,5494	-0,492	-6,528
b₃₃	-0,232	-	-4,904	-0,347	-
b₁₂	0,460	-	-	0,544	-
b₁₃	-	-	-	-	-
b₂₃	-0,885	-	-9,517	-1,128	-
R²	100,0%	91,6%	95,0%	99,5%	92,6%
R² ajustado	100,0%	88,8%	92,0%	99,1%	90,2%
P-Value LOF	0,503	0,049	0,234	0,250	0,028
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
R² (e² × ŷ)	0,204	0,392	0,217	0,290	0,419
n × R²	3,468	6,664	3,689	4,93	7,123
Heteroscedástico	Não	Sim	Não	Sim	Sim

Com os modelos quadráticos gerados, duas abordagens de otimização foram empregadas para efeito de comparação dos resultados. Inicialmente, os dados foram submetidos ao *Desirability*, método de otimização já bastante conhecido, sobretudo no ambiente acadêmico e uma das primeiras iniciativas de otimização multivariada. Em seguida, o método EQMM Dual foi utilizado, para que se investigasse a performance do método frente a um novo processo de manufatura. As duas abordagens foram implementadas utilizando-se o Microsoft Excel[®] e sua ferramenta Solver[®], a qual possui o GRG como algoritmo de otimização padrão. Apesar de não ser o algoritmo de otimização mais indicado para um problema com tantas variáveis de resposta não lineares, o GRG foi adotado devido à sua robustez e ao fácil acesso disponibilizado a este algoritmo por meio do Microsoft Excel[®].

3.1. Otimização simultânea de média e variância

A partir dos modelos quadráticos gerados, um procedimento de otimização simultânea de média e variância das respostas R_a , R_y , R_z , R_q e R_r foi elaborado, tentando-se obter valores compatíveis de rugosidade, com mínima variação, mesmo sob a influência de fatores de ruído. Inicialmente, as respostas foram submetidas a uma otimização individual, utilizando-se o Solver e o algoritmo GRG embarcado, com ponto de partida [0, 0, 0] e sem ponderação de graus de importância, para que os alvos, os valores mínimos e os valores máximos fossem obtidos.

De posse desses dados, a otimização com base nas duas abordagens sugeridas pôde ser realizada, iniciando-se pelo método *Desirability* proposto por Derringer e Suich (1980). O método está baseado no cálculo do índice global D , a partir dos índices individuais de cada resposta d_i .

O modelo de otimização foi gerado respeitando o sistema de Eq. (11).

Maximizar D

Sujeito a : $\hat{y}_i = T_i$ (11)

$$x^T x \leq \rho^2 \text{ sendo } i = \{1, 2, \dots, 10\}$$

Neste sistema, a primeira restrição visa proporcionar equilíbrio entre as variáveis de resposta e reduzir a dispersão das variáveis em relação aos alvos. Os resultados obtidos pela execução desse sistema está representado pela Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Resultado do método *Desirability*

Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados									
V_c	f_n	a_p	V_c	f_n	a_p	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
-1	-1	1	-0,654	-0,609	-1,425	1,482	8,792	7,007	1,775	9,126	0,186	20,039	6,697	0,302	20,812

Em seguida, foi utilizado o método EQMM Dual, cujas variáveis de média e variância são analisadas separadamente. Iniciando a análise das variáveis de média e variância, executou-se a análise de correlação entre estes blocos separadamente. A extração dos componentes principais necessários para a implementação do EQMM Dual baseia-se agora em duas matrizes de correlação distintas, com os elementos secundários identificados pelas Figuras 3.1 e 3.2. Os resultados obtidos através do software Minitab® ilustram que existe forte correlação positiva entre as variáveis de resposta que compõem cada bloco de análise. Este resultado demonstra que o método EQMM Dual é indicado para a determinação do ponto ótimo para ambos os blocos de variáveis de resposta.

Correlations: Ra; Ry; Rz; Rq; Rt

	Ra	Ry	Rz	Rq
Ry	0,899 0,000			
Rz	0,944 0,000	0,980 0,000		
Rq	0,996 0,000	0,931 0,000	0,969 0,000	
Rt	0,876 0,000	0,996 0,000	0,972 0,000	0,912 0,000

Figura 3.1 – Análise de correlação para as médias

Correlations: s² Ra; s² Ry; s² Rz; s² Rq;

	s² Ra	s² Ry	s² Rz	s² Rq
s² Ry	0,861 0,000			
s² Rz	0,960 0,000	0,947 0,000		
s² Rq	0,999 0,000	0,882 0,000	0,971 0,000	
s² Rt	0,848 0,000	0,999 0,000	0,942 0,000	0,870 0,000

Figura 3.2 – Análise de correlação para as variâncias

Realizando-se, a partir da análise de correlação, a análise de componentes principais (ACP), padronizando-se alvos, valores mínimos e valores máximos, chegou-se aos autovetores e autovalores para as médias e para as variâncias, conforme demonstra as Tabelas 3.7 e 3.8.

Tabela 3.7 – Autovetores e autovalores para as médias

<i>Autovetor</i>	$PC_{1\mu}$	$PC_{2\mu}$	$PC_{3\mu}$
R_a	-0,440	0,606	-0,294
R_y	-0,449	-0,411	-0,293
R_z	-0,454	-0,088	0,867
R_q	-0,449	0,425	-0,024
R_t	-0,444	-0,525	-0,275
$T(PC_i)$	4,202	-0,163	-0,066
<i>Autovalor</i> (λ_i)	4,790	0,193	0,014
<i>Proporção</i>	0,958	0,039	0,003
<i>Acumulado</i>	0,958	0,997	0,999

Tabela 3.8 – Autovetores e autovalores para as variâncias

<i>Autovetor</i>	PC_{1s^2}	PC_{2s^2}	PC_{3s^2}
$s^2 R_a$	-0,443	0,519	-0,296
$s^2 R_y$	-0,445	-0,492	-0,269
$s^2 R_z$	-0,457	0,065	0,881
$s^2 R_q$	-0,448	0,440	-0,225
$s^2 R_t$	-0,442	-0,539	-0,117
$T(PC_i)$	2,332	0,159	0,044
<i>Autovalor</i> (λ_i)	4,713	0,270	0,016
<i>Proporção</i>	0,942	0,054	0,003
<i>Acumulado</i>	0,942	0,997	1,000

Pela análise de componentes principais, pôde-se observar que apenas um componente principal foi suficiente para explicar 95,8% da variância acumulada para as médias e 94,2% para as variâncias. Estes resultados são bons e demonstram que ambos os blocos foram bem representados pelos seus respectivos componentes principais. Utilizando-se o *OLS* e os escores do componente principal para os blocos de médias e variâncias, foram gerados seus respectivos modelos matemáticos.

A partir dessa análise, a otimização pôde ser realizada, obedecendo a modelagem representada pelo sistema de Eq. (12).

Minimizar $EQMM_{s^2}$

Sujeito a : $PC_{1\mu} = T(PC_{1\mu})$

$$\left| \frac{\hat{y}_i - T_i}{T_i} \right| \leq 0,1 \quad \text{para } i = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (12)$$

$$\hat{y}_i \geq 0,01 \quad \text{para } i = \{6, 7, \dots, 10\}$$

$$x^T x \leq \rho^2$$

A segunda restrição foi inserida no sistema para garantir que as variáveis do bloco de médias não extrapolassem o desvio máximo em relação aos alvos fixado em 10% evitando-se, assim, que o método priorizasse o bloco de variâncias em detrimento do bloco de médias. Este

tipo de restrição não foi incluído na análise pelo método *Desirability*, pois este resultou naturalmente em respostas que respeitavam esta faixa de desvio máximo tolerado para o bloco de médias. Já a terceira restrição, tinha por objetivo garantir que o método não indicasse valores negativos de variância. O resultado da otimização está representado pela Tabela 3.9.

Tabela 3.9 – Resultado do método EQMM Dual

Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados									
V_c	f_n	a_p	V_c	f_n	a_p	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
-1	0	-1	-0,485	-0,707	-1,447	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936	0,010	20,513	5,912	0,105	21,302

3.2. comparação dos resultados

Os resultados obtidos pela aplicação dos dois métodos distintos estão sintetizados na Tabela 3.10.

Tabela 3.10 – Comparação dos resultados dos diferentes métodos de otimização

	X_i			Y_i											
	V_c	f_n	a_p	R_a	R_y	R_z	R_q	R_t	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$		
T_i				1,437	8,722	7,007	1,725	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176		
Desirability	240,747	0,088	0,594	1,482	8,792	7,007	1,775	9,126	0,186	20,039	6,697	0,302	20,812		
Δ				3,2%	0,8%	0,0%	2,9%	2,6%	0,0%	117,4%	18,3%	2,5%	126,8%		
EQMM Dual	250,910	0,086	0,588	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936	0,010	20,513	5,912	0,105	21,302		
Δ				1,9%	-1,0%	-2,2%	1,4%	0,5%	-94,6%	122,6%	4,4%	-64,4%	132,1%		

Os resultados apontam que o ponto ótimo encontrado pelo *Desirability* apresenta respostas ajustadas muito próximas aos valores alvos estipulados, exceto quanto às respostas $s^2 R_y$ e $s^2 R_t$. O método EQMM Dual indica um ponto ótimo muito próximo ao sugerido pelo *Desirability*, porém este ponto aparentemente resulta em valores ajustados para as variáveis de resposta menores que os valores desejados (alvos) tanto para o bloco de médias quanto para o bloco de variâncias. Assim como nos métodos tradicionais, as únicas exceções ainda ficam por conta das variáveis $s^2 R_y$ e $s^2 R_t$. A Figura 3.3 demonstra a proximidade dos pontos indicados pelos diferentes métodos de otimização para este grupo de análise. No entanto, mesmo considerando esta proximidade, deve-se salientar que no ponto ótimo indicado pelo EQMM Dual houve aumento da V_c e da MRR e diminuição geral da variância.

Assim, o resultado obtido para a otimização simultânea de média e variância de R_a , R_y , R_z , R_q e R_t utilizando o método EQMM Dual é considerado excelente, uma vez que há a indicação de um ponto ótimo que proporcione robustez ao processo, ou seja, variáveis de média próximas aos alvos, com mínima variação.

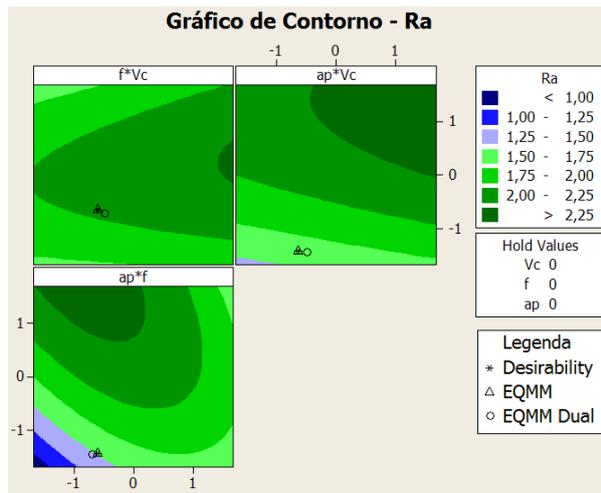


Figura 3.12 – Gráfico de contorno para a variável R_a

4. Referências bibliográficas

- DERRINGER, G., SUICH, R. Simultaneous Optimization of Several Response Variables. *Journal of Quality Technology*, v 12, n 4, pp.214-219, 1980.
- JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W., *Applied multivariate statistical analysis*, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., 797p., 2002.
- KHURI, A. I., CORNELL, J. A., *Response surfaces: designs and analyse*, Marcel Dekker Inc, 2 ed, New York, USA, 510p., 1996.
- KÖKSOY, O., YALCINOZ, T., *Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm*, *Appl. Math. Comput.*, n. 175, p. 1657-1674, 2006.
- LIN, D. K. J., TU, W., *Dual response surface optimization*, *Journal of Quality Technology* 27:34-39, 1995.
- MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C., *Response Surface Methodology: process and product optimization using design of experiments*, 2 ed, Wiley – Interscience, New York, USA, 700p., 1995.
- PAIVA, E. J., *Otimização de processo de manufatura de múltiplas respostas baseada em índices de capacidade*, Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UNIFEI, Itajubá, MG, 2008.
- RENCHER, A.C., *Methods of Multivariate Analysis*, John Wiley and Sons, 2 ed., 740p., 2002.
- VINING, G. G., MYERS, R. H., *Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach*, *Journal of Quality Technology* 22:38-45, 1990.
- Wu, F.C., *Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function*. *Quality Engineering* 17 (1) , pp. 119-126, 2005.