

ABORDAGEM DE ESTADO DE BAIXA DO MERCADO NA AVALIAÇÃO ESTOCÁSTICA DA EFICIÊNCIA

Paulo Rotela Junior (UFPB)

paulo.rotela@gmail.com

Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)

ppbalestrassi@gmail.com

Giancarlo Aquila (UNIFEI)

giancarloaquila@yahoo.com

Victor Eduardo de Mello Valerio (UNIFEI)

victor.dmv@gmail.com

LUIZ CELIO SOUZA ROCHA (UNIFEI)

luizrochamg@hotmail.com



O objetivo deste artigo é apresentar uma proposta para formação de portfólios robustos a partir da análise estocástica de eficiência de ações de empresas negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo. Para isto, informações dos ativos em períodos de baixa do mercado (worst state) foram agrupados por meio do agrupamento hierárquico (hierarchical clustering), e então submetidos a uma análise estocástica de eficiência por meio do modelo Chance Constrained Data Envelopment Analysis. Por fim, para se obter a ideal participação de cada ativos, estes foram submetidos a um modelo clássico da alocação de capital. Os portfólios formados com o método proposto foram analisados e comparados. A utilização em conjunto de tais abordagens abastecidas de informações de pior estado do mercado permitiu a formação de portfólios robustos que apresentaram um maior retorno acumulado no período de validação, resultaram em portfólios com menores beta, e ainda permitiram a inserção de variáveis fundamentalistas na formação dos portfólios.

Palavras-chave: Análise Envoltória de Dados, Baixa do Mercado, Eficiência, Portfólios

1. Introdução

A seleção de portfólios envolve a alocação de capital entre um determinado número de títulos de tal forma que o investimento gere um maior retorno e minimize os riscos, ou seja, um retorno ajustado a risco satisfatório para os investidores, como proposto por modelos como o de Markowitz (1952) (LEUNG, NG e WONG, 2014). E, tanto para investidores como para o meio acadêmico, o processo de seleção de investimentos em ativos de risco permanece sendo um desafio para a gestão financeira (MARKOWITZ, 2014).

Paralelo a isso, a Análise Envoltória de Dados (DEA) é um método não paramétrico que vem sendo utilizada amplamente em diferentes tipos de empresas e organizações, auxiliando os gestores das mais diversas áreas, inclusive a financeira (KAO, 2014; EMROUZNEJAD e TAVANA, 2014; AZADI *et al.*, 2015). Mais recentemente a DEA continua sendo utilizada na formação e avaliação da eficiência de portfólios (EDIRISINGHE e ZHANG, 2010; LIM, OH e ZHU, 2014; ROTELA JUNIOR *et al.*, 2015b).

Desde então variações do modelos clássicos da Análise Envoltória de Dados vêm sendo apresentadas. Em algumas destas o raciocínio incerto e aproximado já pode ser considerado, por meio de um modelo DEA com coeficientes *Fuzzy* (AZADI *et al.*, 2015; ROTELA JUNIOR *et al.*, 2015a), ou ainda, o modelo proposto por Sengupta (1987), que associou a Programação Restringida por Chances (*Chance Constrained Programming - CCP*), proposta por Charnes e Cooper (1963), ao modelo da Análise Envoltória de Dados (JIN, ZHOU e ZHOU, 2014).

Os consagrados modelos da otimização de portfólios, como os propostos por Markowitz (1952) e Sharpe (1963), não podem ser considerados robustos, já que são sensíveis às pequenas variações de suas entradas (KIM, KIM e FABOZZI, 2014; KIM *et al.*, 2015). Com isso, pesquisadores começaram a desenvolver técnicas matemáticas que se referem à otimização robusta. Técnicas estas que permitem incorporar a incerteza, por erros de estimativa diretamente no processo de otimização do portfólio (FABOZZI *et al.*, 2007; FABOZZI, HUANG e ZHOU, 2010).

Kim *et al.* (2015) acreditam que a robustez dos modelos da otimização robusta de portfólios é alcançada apostando-se sistematicamente na informação de períodos de baixa do mercado, ou seja, na formação de um portfólio robusto, períodos de baixa (*bear market*) são mais relevantes do que períodos de alta da bolsa (*bull market*).

Então, este artigo tem como objetivo geral apresentar uma proposta para formação de portfólios robustos a partir da análise estocástica de eficiência de ações de empresas negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo.

E, como objetivos específicos:

- Utilizar a sistemática *Hierarchical Clustering* no agrupamento dos ativos por similaridade;
- Apresentar e utilizar o modelo *Chance Constrained Data Envelopment Analysis* (CCDEA) na redução do espaço de busca;

2. Chance Constrained Data Envelopment Analysis

Como uma técnica não paramétrica de eficiência, a Análise Envoltória de Dados (DEA) tem ganhando cada vez mais popularidade na medição de desempenho em questões financeiras. Os modelos clássicos e utilizados com maior frequência na literatura são do tipo determinístico, e não consideram os erros aleatórios das variáveis de entrada (*inputs*) e saída (*outputs*). Segundo Azadi e Saem (2012) a aleatoriedade generalizada nos processos de avaliação são provenientes dos erros na coleta de dados.

Sengupta (1987) incorporou as variáveis estocásticas na formulação clássica DEA CCR, e em seguida, transformou-o em um modelo determinístico equivalente, mais conhecido como *Chance Constrained Data Envelopment Analysis* (CCDEA). Este é uma associação da Programação Restringida por Chances com a Análise Envoltória de Dados, modelo que pode ser facilmente solucionado por um *software* de otimização (SUEYOSHI, 2000), conforme equações (1) – (4).

$$\min q \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \beta_i (\bar{x}_{ip} + \Phi^{-1}(1 - \alpha_i) a_{ip} \sigma) \leq \bar{x}_{op} \quad p = 1, 2, \dots, a \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i (\bar{y}_{iq} + \Phi^{-1}(1 - \alpha_i) b_{iq} \sigma) \leq \bar{y}_{oq} \quad q = 1, 2, \dots, b \quad (3)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

No modelo envoltório, a eficiência é dada por θ , tal que $0 \leq \theta \leq 1$; e os pesos λ_i são as variáveis de decisão. Para as restrições, o modelo formula a proporção de ser inferior ou igual a β_i , que representa um nível de eficiência esperado para a *i-ésima* DMU, cuja variação é de $[0,1]$, sendo considerado um nível de aspiração. α_i é considerado um critério de risco adotado por um tomador de decisão. Então, $1 - \alpha_i$ indica a probabilidade de atingir a exigência da restrição, sendo considerado um nível de confiança, cuja variação é de $[0,1]$. E, Φ representa uma função de distribuição normal padrão, e Φ^{-1} é o inverso da função (JIN, ZHOU e ZHOU, 2014).

Além da situação determinística, a eficiência pode ser medida considerando variáveis aleatórias. Os níveis de aspiração e confiança do modelo podem ser definidos de acordo com diferentes situações na aplicação prática, atendendo a particularidades dos casos.

3. Seleção de portfólios

Markowitz (1952) introduziu uma estrutura de otimização de portfólios com base em uma relação de risco e retorno (média-variância). Os princípios introduzidos por meio deste modelo ainda são o cerne de muitas abordagens modernas para alocação de ativos, análise de investimentos e gestão de risco (LEVY e LEVY, 2014).

Os modelos clássicos da otimização de portfólios não são robustos, pois são suscetíveis a pequenas variações nas entradas de dados (KIM *et al.*, 2015). De fato, Kim, Kim e Fabozzi (2014) afirmam que o principal ponto de questionamento documentado sobre o modelo de Markowitz (1952), é sua alta sensibilidade resultante de uma pequena variação de suas entradas.

Recentemente os pesquisadores começaram a incorporar a incerteza por erros de estimativa diretamente no processo de otimização do portfólio, por meio de técnicas matemáticas que se referem à otimização robusta (FABOZZI *et al.*, 2007; FABOZZI, HUANG e ZHOU, 2010). Neste caso, as entradas, tais como retorno esperado e covariância dos ativos, não são previsões tradicionais, mas sim conjuntos de incertezas.

Tem sido relatado que a correlação entre ativos financeiros aumenta durante baixas do mercado (*bear market*), então, os investidores não podem se beneficiar do efeito da diversificação quando ele é mais necessário. E, para piorar as coisas, a correlação dentro do mercado de capitais tem aumentado ao longo de períodos mais recentes (KIM *et al.*, 2015). E, para tentar superar este problema, algumas soluções têm sido apresentadas, como por exemplo, empregar variáveis de entrada menos sensíveis aos dados históricos ou inserir conjuntos de incerteza sobre os parâmetros de entrada nos modelos tradicionais (FABOZZI *et al.*, 2007).

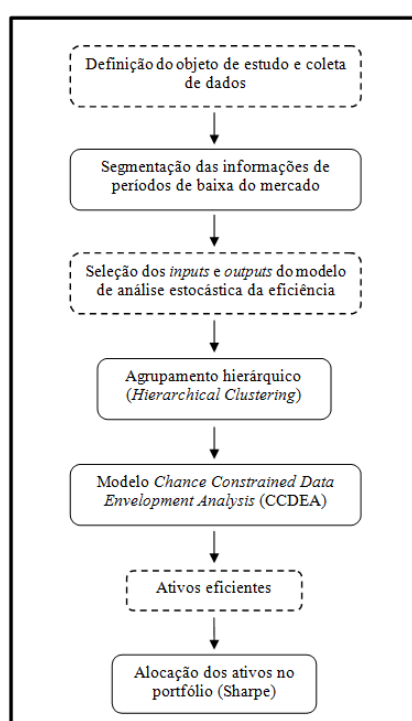
A principal contribuição dos trabalhos de Kim, Kim e Fabozzi (2014) e Kim *et al.* (2015) é a de demonstrar a importância das informações de retorno de ações em dias com pior desempenho para alcançar um portfólio considerado robusto. Os autores acreditam que a robustez dos modelos de portfólios robustos é provavelmente alcançada apostando-se sistematicamente na informação de períodos de baixa do mercado.

Além disso, durante períodos de crise (*market crashes*), ativos com um baixo beta reduzem o risco geral do portfólio e oferecem melhores retornos do que os ativos que possuem beta mais alto (KIM *et al.*, 2015).

4. Materiais e método

A Figura 1 apresenta o fluxograma do método proposto para a otimização de portfólios robustos, conforme os passos anteriormente descritos.

Figura 1- Fluxograma do método proposto.



Esta pesquisa pode ser classificada como de natureza aplicada; com relação aos seus objetivos, é classificada como pesquisa normativa; quanto à forma de se abordar o problema é considerado

uma pesquisa quantitativa, e o método de pesquisa utilizado é a modelagem matemática (MARTINS, MELLO e TURRIONI, 2014).

Definido o objeto de estudo, deu-se início a seleção do conjunto de indicadores que serão utilizados como variáveis de entrada e saída (*inputs* e *outputs*) na análise de eficiência. Em seguida, optou-se por identificar na literatura as variáveis de entrada (*inputs*) e saída (*outputs*) utilizadas em aplicações DEA no mercado de ações. E, para isso, utilizou-se os trabalhos de Powers e McMullen (2000), Rotela Junior *et al.* (2015b) e Kim *et al.* (2015).

Então, para esta pesquisa, optou-se pela utilização do retorno, liquidez do ativo e lucro-preço (LP) como variáveis de saída do modelo (*outputs*). E, como variáveis de entrada (*inputs*) foram adotadas o beta, preço-lucro (PL) e a volatilidade.

Para compor a amostra, obteve-se um total de 61 ativos negociados na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo, e que possuem participação no Índice Bovespa (Ibovespa) e apresentam dados suficientes. As informações para esta aplicação correspondem a dados diários compreendidos entre os meses de novembro de 2009 e novembro de 2014, e foram coletadas por meio do *software* Economática[®].

Em sua pesquisa, Kim *et al.* (2015) utilizaram dados diários do retorno do índice de mercado para identificar os períodos de baixa do mercado. Os autores, dentro de um intervalo de tempo, classificaram todos os retornos do índice em ordem crescente. Feito isso, dividiram este período em n outros. Com um período mais longo, os autores definiram n como dez, e para a definição do período de baixa do mercado, e foi selecionado o décimo que corresponde aos menores valores apresentados por tal índice.

Para validação dos resultados utilizou-se informações diárias obtidas entre os períodos de novembro de 2014 a junho de 2015. Para isso, calculou-se o retorno acumulado no período de validação para cada portfólio, conforme as participações definidas pelos modelos utilizados na otimização.

5. Otimização de portfólios robustos

Iniciou-se com a realização da coleta de dados em uma única base de dados. Com os dados reunidos, utilizou-se a proposta de Kim *et al.* (2015). Então, no período adotado para o estudo, classificou-se em ordem crescente o retorno do Ibovespa. Logo, as demais informações da planilha acompanharam tal classificação. E para a definição do período de baixa do mercado, optou-se pela definição de n igual a quatro, proporcionando ao modelo mais de trezentas informações diárias.

Considerando as informações foi possível calcular, para cada DMU (ativo), a média e variância de cada uma das variáveis adotadas para a análise de eficiência em cada um dos cenários determinados, sendo estes de informações completas do mercado ($n=1$) e períodos de baixa do mercado ($n=4$).

Observou-se que mesmo com a variação do critério de risco, o número de ativos dados como eficientes era bem reduzido, o que se levou a acreditar que o modelo CCDEA estava sendo

composto por restrições com grande divergência, o que dificultava a boa discriminação das unidades de análise. Então, foram testadas diferentes formas de utilização do agrupamento hierárquico (*Hierarchical Clustering*), e a opção que se mostrou mais viável foi, para cada um dos dois estados considerados, realizar o agrupamento por grau de similaridade das DMU's, levando-se em consideração as médias e variâncias das variáveis selecionadas para o modelo.

A Figura 2 apresenta o agrupamento das DMU's em estudo, quando considerados todas as informações dos ativos (n=1) desde 2009 a 2014. Já a Figura 3 apresenta o agrupamento das DMU's quando analisadas informações colhidas em períodos de baixa do mercado, já definido anteriormente (n=4). Figuras estas obtidas por meio do *software* Minitab®.

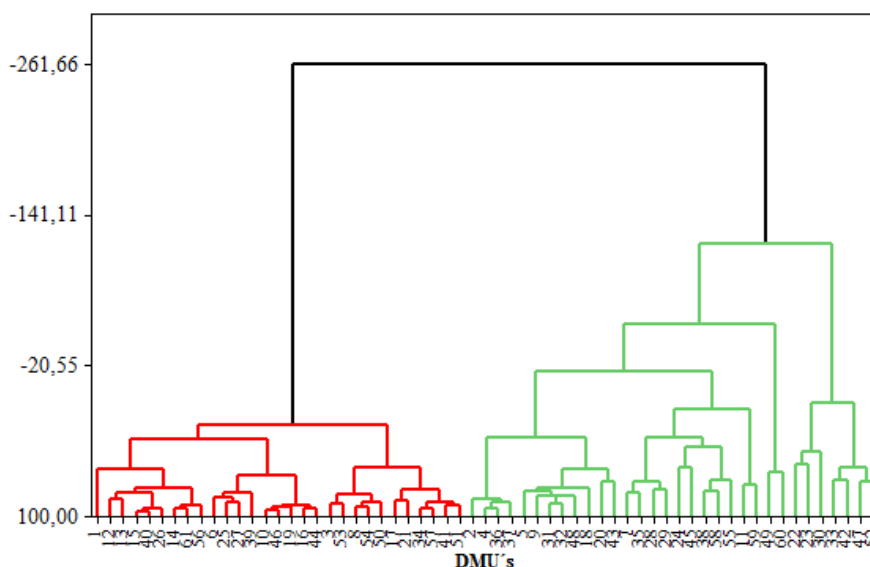


Figura 2- Dendrograma do agrupamento considerando todas as informações do mercado.

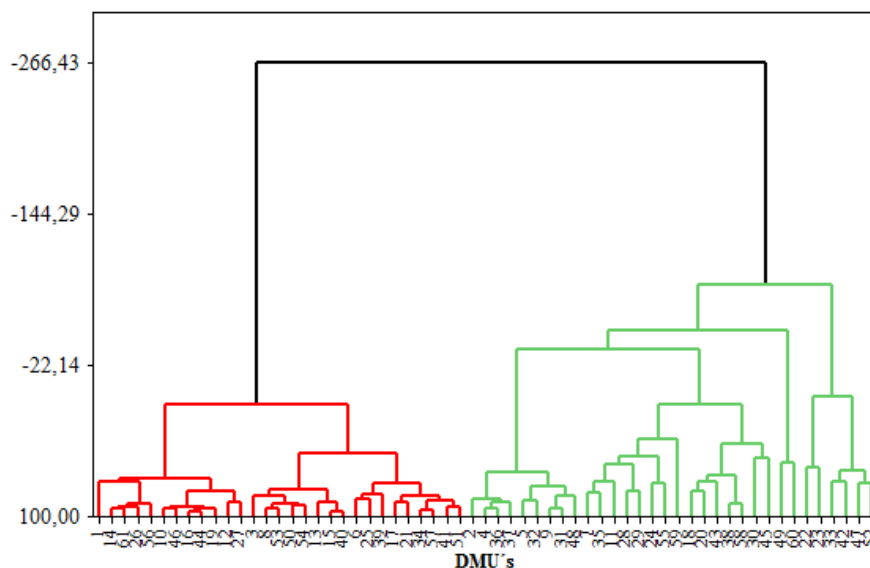


Figura 3- Dendrograma do agrupamento considerando as informações de períodos de baixa do mercado.

Considerando informações do estado total do mercado, a Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas das variáveis de entrada e saída das DMU's que respectivamente compõem o grupo 1 e 2.

Já considerando informações dos períodos de baixa do mercado, a Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas das variáveis de entrada e saída das DMU's que respectivamente compõem o grupo 1 e 2.

Tabela 1- Estatística descritiva das variáveis de entrada e saída do modelo para o grupo 1 e 2 considerando informações do estado total do mercado.

Grupo 1												
	Retorno		Liquidez		LP		Beta		PL		Vol.	
	μ_1	σ_1^2	μ_2	σ_2^2	μ_3	σ_3^2	μ_4	σ_4^2	μ_5	σ_5^2	μ_6	σ_6^2
Média	0,07	3,52	0,65	0,09	7,03	9,19	0,63	0,01	19,11	132,21	1,87	0,09
Mediana	0,07	3,39	0,59	0,03	6,31	1,89	0,61	0,01	19,49	18,88	1,77	0,08
Desv. Pad.	0,03	0,78	0,26	0,22	3,13	18,73	0,18	0,01	9,55	327,64	0,25	0,06
Mínimo	0,01	2,17	0,29	0,00	2,55	0,18	0,30	0,00	1,00	1,98	1,45	0,01
Máximo	0,13	4,79	1,30	1,19	14,42	92,35	0,99	0,02	42,94	1706,57	2,31	0,27

Grupo 2												
	Retorno		Liquidez		LP		Beta		PL		Vol.	
	μ_1	σ_1^2	μ_2	σ_2^2	μ_3	σ_3^2	μ_4	σ_4^2	μ_5	σ_5^2	μ_6	σ_6^2
Média	-0,02	6,02	1,62	0,27	3,36	286,57	1,05	0,01	12,27	3365,30	2,39	0,19
Mediana	-0,02	5,41	1,04	0,10	6,32	31,91	1,06	0,01	10,24	1393,75	2,33	0,14
Desv. Pad.	0,06	2,29	1,63	0,59	10,38	650,30	0,22	0,01	15,98	4451,30	0,45	0,15
Mínimo	-0,17	3,10	0,35	0,01	-26,73	0,54	0,59	0,00	-30,46	2,07	1,70	0,03
Máximo	0,08	10,70	7,05	2,59	17,39	3173,20	1,50	0,05	47,87	14978,71	3,29	0,60

Tabela 2- Estatística descritiva das variáveis de entrada e saída do modelo para o grupo 1 e 2 considerando informações de períodos de baixa do mercado.

Grupo 1												
	Retorno		Liquidez		LP		Beta		PL		Vol.	
	μ_1	σ_1^2	μ_2	σ_2^2	μ_3	σ_3^2	μ_4	σ_4^2	μ_5	σ_5^2	μ_6	σ_6^2
Média	-0,98	3,15	0,65	0,09	7,12	9,46	0,63	0,01	19,39	123,06	1,86	0,09
Mediana	-0,97	3,12	0,60	0,03	6,32	2,12	0,60	0,01	19,27	18,35	1,77	0,07
Desv. Pad.	0,29	0,70	0,26	0,22	3,13	20,24	0,18	0,01	8,48	318,48	0,24	0,06
Mínimo	-1,52	1,95	0,29	0,01	2,62	0,20	0,29	0,00	7,77	2,14	1,45	0,01
Máximo	-0,46	4,53	1,31	1,19	14,61	102,62	0,98	0,02	40,20	1686,56	2,29	0,23

Grupo 2												
	Retorno		Liquidez		LP		Beta		PL		Vol.	
	μ_1	σ_1^2	μ_2	σ_2^2	μ_3	σ_3^2	μ_4	σ_4^2	μ_5	σ_5^2	μ_6	σ_6^2
Média	-1,86	4,42	1,62	0,31	3,25	308,54	1,05	0,01	12,70	3152,21	2,37	0,20
Mediana	-1,78	4,12	1,04	0,10	6,44	35,82	1,06	0,01	10,61	1127,46	2,31	0,14
Desv. Pad.	0,39	1,93	1,63	0,69	10,92	692,02	0,22	0,01	18,73	4112,77	0,44	0,15
Mínimo	-2,79	2,01	0,36	0,01	-29,27	0,58	0,60	0,00	-30,61	1,89	1,70	0,03
Máximo	-1,14	9,85	7,10	3,17	18,03	3312,95	1,51	0,05	65,25	13506,95	3,25	0,64

Para a modelagem do modelo CCDEA, foram utilizados o *softwares* como *Solver* do *Microsoft Excel*[®] e *MaxDEA*[®].

Utilizou-se para o nível de eficiência (β_i) o valor de 1. Observou-se que, para os dados em questão, uma boa faixa de discriminação das unidades de análise é obtida quando o critério de risco (α_i) varia entre 0,5 e 0,6. Tal faixa pode variar de acordo com os dados em avaliação no modelo CCDEA. Já a variação dentro da faixa estipulada no passo anterior, pode ser relacionada como uma forma de se inserir a aversão do investidor ao risco. No caso específico desta pesquisa, optou-se pela variação de 0,01 dentro da faixa definida como ideal para variação da probabilidade de atendimento das restrições ($1-\alpha_i$), gerando onze portfólios para cada estado em estudo.

Para a análise dos resultados, foi proposta a utilização do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), apresentado por Sharpe (1964) para a identificação da existência de retornos anormais, e do índice Sharpe, métrica para medir e comparar o desempenho de portfólios (AUER e

SCHUHMACHER, 2013). Por fim, calculou-se o retorno acumulado no período de validação para cada portfólio, conforme as participações definidas pelos modelos utilizados na otimização.

5.1. Resultados e análises

Considerando os critérios de risco (α_i) adotados anteriormente, foi realizada a avaliação da eficiência dos grupos propostos. A Tabela 3 apresenta os resultados de eficiência dos grupos 1 e 2, respectivamente, quando submetidos ao modelo CCDEA com diferentes níveis de probabilidade ($1 - \alpha_i$) de se atender as restrições do modelo, abastecidos de informações de todo o estado do mercado no período estipulado.

Tabela 3- Estatística Descritiva das eficiências considerando informações do estado total do mercado.

Grupo 1											
(α_i)	60%	59%	58%	57%	56%	55%	54%	53%	52%	51%	50%
Média	1,25	1,19	1,13	1,08	1,04	1,00	0,96	0,93	0,90	0,88	0,86
Mediana	1,24	1,17	1,11	1,06	1,02	0,99	0,96	0,95	0,92	0,89	0,87
Desv. Pad.	0,17	0,16	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12	0,11
Mínimo	0,97	0,92	0,88	0,83	0,80	0,76	0,73	0,70	0,68	0,67	0,66
Máximo	1,56	1,49	1,40	1,34	1,27	1,22	1,17	1,12	1,08	1,04	1,00
Grupo 2											
(α_i)	60%	59%	58%	57%	56%	55%	54%	53%	52%	51%	50%
Média	2,25	2,07	1,93	1,81	1,69	1,50	1,34	1,22	1,10	1,00	0,82
Mediana	1,80	1,68	1,58	1,47	1,37	1,25	1,11	1,02	0,96	0,90	0,82
Desv. Pad.	2,12	2,02	1,84	1,77	1,71	1,37	1,16	1,04	0,81	0,63	0,15
Mínimo	1,10	1,02	0,96	0,90	0,83	0,74	0,66	0,60	0,55	0,51	0,47
Máximo	13,53	12,77	11,70	11,24	10,81	8,77	7,52	6,77	5,39	4,34	1,00

Da mesma forma, a Tabela 4 apresenta os resultados de eficiência dos grupos 1 e 2, respectivamente, quando submetidos ao modelo CCDEA com diferentes níveis de probabilidade ($1 - \alpha_i$) de se atender as restrições do modelo. Porém, o modelo CCDEA foi abastecido com informações de períodos de baixa do mercado.

Tabela 4- Estatística Descritiva das eficiências considerando informações de períodos de baixa do mercado.

Grupo 1											
(α_i)	60%	59%	58%	57%	56%	55%	54%	53%	52%	51%	50%
Média	0,96	0,95	0,94	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88	0,87	0,86	0,85
Mediana	0,97	0,95	0,93	0,92	0,90	0,89	0,87	0,87	0,87	0,86	0,85
Desv. Pad.	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13	0,13	0,13	0,12	0,12	0,12	0,12
Mínimo	0,70	0,68	0,69	0,68	0,68	0,67	0,66	0,66	0,66	0,65	0,65
Máximo	1,22	1,20	1,17	1,15	1,13	1,10	1,08	1,06	1,04	1,02	1,00
Grupo 2											
(α_i)	60%	59%	58%	57%	56%	55%	54%	53%	52%	51%	50%
Média	1,25	1,14	1,09	1,03	0,99	0,95	0,89	0,85	0,82	0,79	0,75
Mediana	1,08	1,03	0,97	0,93	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,79	0,76
Desv. Pad.	1,09	0,79	0,70	0,62	0,57	0,54	0,38	0,31	0,27	0,25	0,21
Mínimo	0,39	0,39	0,38	0,38	0,37	0,36	0,32	0,33	0,35	0,31	0,31
Máximo	6,79	5,05	4,47	4,01	3,68	3,48	2,37	1,83	1,49	1,34	1,00

Considerando informações do estado completo do mercado, para cada critério de risco (α_i) adotado, os ativos dados como eficientes na Tabela 3 foram submetidos à proposta de Sharpe. Para mais fácil discussão, estes portfólios foram identificados como Portfólios TS-1 à TS-11

Em seguida, considerando informações de períodos de baixa do mercado (*worst state*- WS), os ativos dados como eficientes na Tabela 4 foram submetidos à proposta de Sharpe (1963). Estes onze portfólios foram identificados como Portfólios WS-1 à WS-11.

É interessante frisar que nem todos ativos dados como eficientes são utilizados na alocação quando submetidos ao modelo de Sharpe, já que o modelo pode atribuir participação zero a um determinado ativo.

Nas Tabelas 5 e 6, para cada portfólio, são apresentados o critério de risco adotado (α_i), beta da carteira (β), resultados de retorno (RE e R), desvio-padrão (DP), índice Sharpe (S_R) obtidos e o número de ativos (N).

Tabela 5- Resultados dos portfólios otimizados com informações do estado total de mercado.

	TS-1	TS-2	TS-3	TS-4	TS-5	TS-6	TS-7	TS-8	TS-9	TS-10	TS-11
α_i	60%	59%	58%	57%	56%	55%	54%	53%	52%	51%	50%
β	0,702	0,700	0,691	0,691	0,763	0,713	0,680	0,689	0,668	0,674	0,616
R_E	1,07%	1,07%	1,06%	1,07%	1,09%	1,07%	1,06%	1,06%	1,05%	1,06%	1,03%
DP	8,80%	8,51%	8,71%	8,90%	8,69%	8,87%	8,97%	8,95%	8,70%	8,61%	9,65%
R	-3,05%	-2,68%	-3,33%	-2,10%	-1,00%	-0,22%	0,35%	0,39%	2,10%	1,54%	2,96%
S_R	-0,467	-0,440	-0,504	-0,356	-0,240	-0,145	-0,079	-0,074	0,120	0,055	0,200
N	57	54	52	48	45	41	34	26	19	17	12
RAA	-1,59%	-1,12%	-1,84%	0,05%	1,48%	2,57%	3,90%	4,70%	7,44%	6,53%	9,31%

Tabela 6- Resultados dos portfólios otimizados com informações do período de baixa do mercado.

	WS-1	WS-2	WS-3	WS-4	WS-5	WS-6	WS-7	WS-8	WS-9	WS-10	WS-11
α_i	60%	59%	58%	57%	56%	55%	54%	53%	52%	51%	50%
β	0,458	0,458	0,446	0,444	0,444	0,438	0,432	0,429	0,429	0,429	0,429
R_E	0,96%	0,96%	0,96%	0,96%	0,96%	0,96%	0,95%	0,95%	0,95%	0,95%	0,95%
DP	7,67%	7,67%	8,16%	8,05%	8,05%	8,38%	8,36%	8,32%	8,32%	8,32%	8,32%
R	2,52%	2,52%	2,65%	3,85%	4,03%	5,34%	5,73%	5,73%	5,73%	5,73%	5,73%
S_R	0,202	0,203	0,206	0,358	0,358	0,366	0,525	0,575	0,575	0,575	0,575
N	11	11	11	10	10	10	9	8	8	8	8
RAA	5,58%	5,58%	5,42%	6,62%	6,62%	7,24%	8,91%	9,16%	9,16%	9,16%	9,16%

A principal discussão a ser realizada neste ponto do trabalho é a de mostrar a importância da informação dos períodos de crise e recessão do mercado para a otimização robusta de portfólios, quando otimizados por meio do modelo CCDEA em conjunto com modelos clássicos da alocação de ativos. Então, as Tabelas 5 e 6 permitirão análises e comparações entre os portfólios otimizados a partir de informações completas do mercado (portfólios TS-1 ao TS-11) e os que foram otimizados a partir de informações de período de baixa do mercado (portfólios WS-1 ao WS-11). Para isso, os portfólios serão comparados aos pares, de acordo com o critério de risco adotado (α_i).

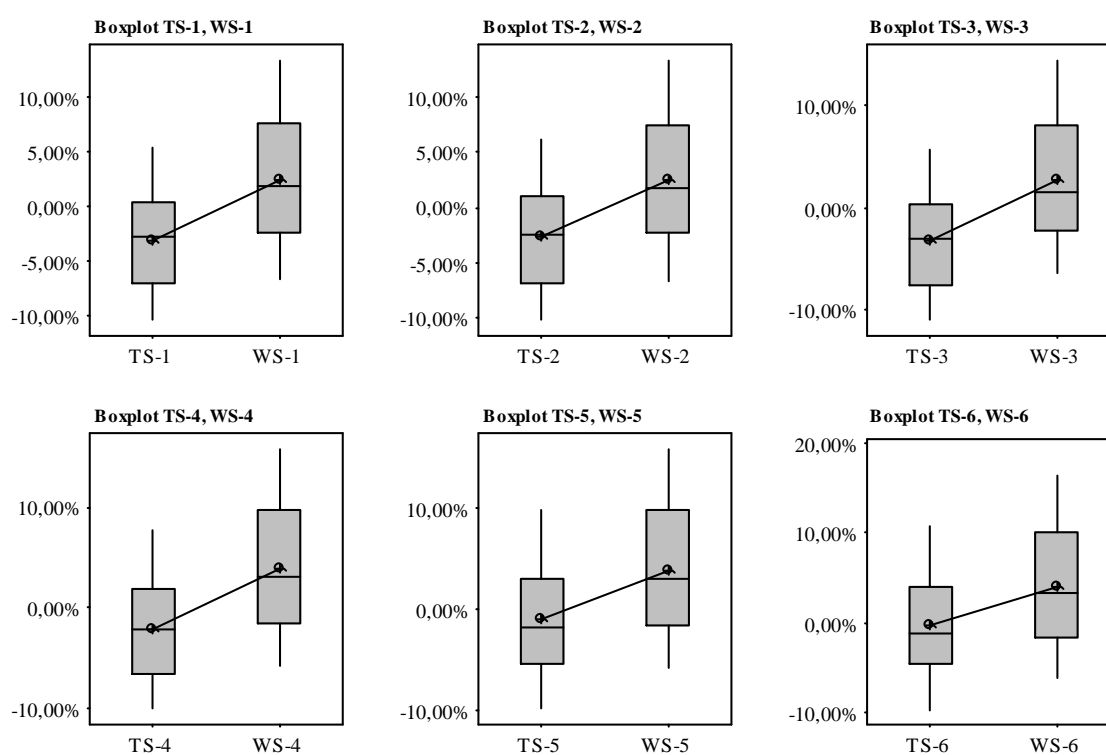
Os portfólios otimizados a partir de dados históricos de períodos de baixa do mercado obtiveram melhores resultados no índice Sharpe (S_R) do que os otimizados a partir de informações completas, nos diferentes valores de critério de risco (α_i) adotados.

Nas Tabelas 5 e 6 ainda são apresentados os valores de retorno esperado dos portfólios, que foram calculados conforme apresentado anteriormente. Para isso se fez necessário o cálculo dos

valores de beta (β) de cada um dos portfólios, também exibidos nestas tabelas. Para os portfólios otimizados a partir de informações completas do mercado (TS-1 ao TS-11), os retornos esperados (RE) variam entre 1,03% e 1,09% a.m. Já para os portfólios otimizados a partir de informações de períodos de baixa do mercado (WS-1 ao WS-11), os retornos esperados (RE) se concentram na faixa entre 0,95% e 0,96% a.m.

Com relação às rentabilidades médias (R) obtidas, encontrou-se valores de -3,05 à 2,96% para os portfólios de TS-1 ao TS-11, respectivamente. Já para os portfólios otimizados a partir de períodos de baixa do mercado, WS-1 ao WS-11, as rentabilidade médias (R) efetivamente obtidas foram de 2,52% à 5,73%, respectivamente.

Nota-se que os portfólios WS-1 ao WS-11 apresentaram melhores valores de S_R . Ainda, os valores beta dos portfólios formados, independentemente do critério de risco adotado, foram menores do que os apresentados pelos portfólios TS-1 ao TS-11.



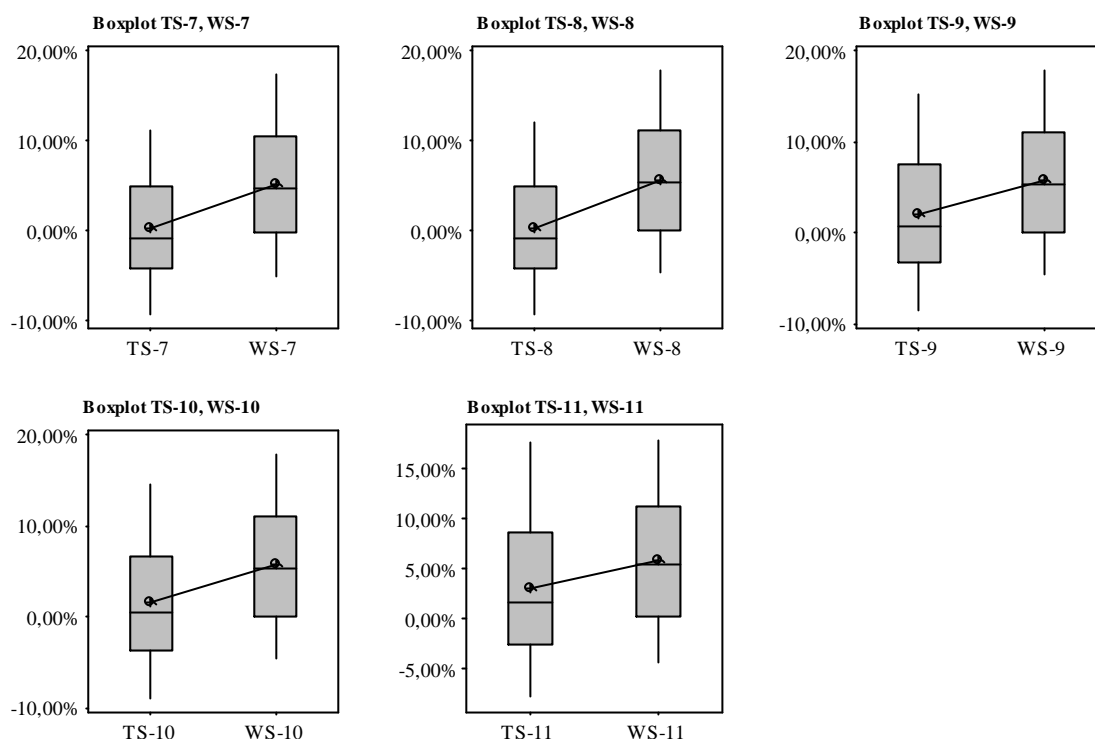


Figura 4- Diagrama de caixa do retorno acumulado dos pares de portfólios por critério de risco (60% - 50%).

No período selecionado para validação, obteve-se o retorno anormal acumulado (RAA) dos portfólios. Então, realizou-se a comparação dos portfólios aos pares, no qual um deles foi otimizado a partir de informações completas do período ($n=1$) e o outro apenas com informações de períodos de crise do mercado ($n=4$). Para comparação entre as séries de retorno anormal acumulado obtidos para cada par de portfólios, associados por critério de risco, optou-se pela utilização do teste *2-Sample-t*, que permite verificar se dois grupos independentes se diferem. Então, os resultados obtidos em tais testes, para todos os pares de portfólios, foram valores de *P-value* menores do que 0,05. Então, pode afirmar que o retorno anormal acumulado dos portfólios otimizados com informações do estado baixa do mercado é estatisticamente maior do que o retorno acumulado obtido com os portfólios otimizados a partir do estado total. A Figura 4 apresenta o diagrama de caixa (*boxplot*) dos pares de portfólios associados por critério de risco.

6. Conclusões

Esta pesquisa teve como objetivo a avaliação estocástica da eficiência de ações negociadas na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo para a formação de um portfólio robusto. Para isso, foi utilizado o modelo *Chance Constrained Data Envelopment Analysis* (CCDEA) associado ao agrupamento hierárquico (*Hierarchical Clustering*) e ao modelo para alocação de ativos proposto por Sharpe (1963). Com intuito de proporcionar maior robustez aos portfólios, a sequência descrita anteriormente foi abastecida com informações de períodos de baixa do mercado, que correspondem a uma fração do período completo, fração esta referente aos piores retornos do Ibovespa no período.

Por meio de dados estocásticos de diferentes variáveis é possível promover a redução do espaço de busca por ativos ditos eficientes, que posteriormente serão submetidos a abordagens que promovem a ideal alocação dos ativos nos portfólios. É interessante observar que não apenas as

variáveis comumente utilizadas nos modelos de alocação de ativos foram consideradas, mas sim, variáveis fundamentalistas.

A utilização do agrupamento hierárquico (*Hierarchical Clustering*) permitiu o agrupamento dos ativos com maior grau de similaridade levando em consideração as diferentes variáveis adotadas, tanto para os valores de média quanto de variância.

A variação do nível probabilidade de atendimento das restrições ($1-\alpha_i$) do modelo CCDEA permite atender às exigências de investidores com diferentes atitudes frente ao risco, desde o mais conservador ao mais tomador de risco. Quanto maior o rigor no atendimento de tais restrições, menor será o valor resultante na análise de eficiência, assim resultando em um número menor de ativos eficientes.

Quando comparados os portfólios TS-1 ao TS-11 e WS-1 ao WS-11, os portfólios otimizados a partir de informações de períodos de baixa do mercado apresentaram, no período de validação considerado, um melhor desempenho medido pelo índice Sharpe (S_R). O resultado se alinha a afirmação de Kim *et al.* (2015), ou seja, a otimização robusta permite a montagem de portfólios que alcançam sua robustez concentrando-se especialmente em informações de períodos de baixa do mercado.

Outro fato que vale ser destacado é que, portfólios resultantes da otimização robusta tendem a ser compostos por ativos com baixos valores de beta, que apresentam bom comportamento em qualquer classificação de estado do mercado (*bull ou bear market*).

O reduzido número de ativos que compõem os portfólios deve ser visto como um benefício resultante desta otimização. Mas esta redução do espaço de busca é alcançada principalmente com o aumento da exigência no nível de atendimento das restrições do modelo CCDEA. Estes fatos, associado à manutenção sob controle do risco observado, podem gerar economias referentes ao custo de rebalanceamento dos portfólios, proporcionando aos investidores ganhos indiretos.

Agradecimentos

Agradecimentos à FAPEMIG, CNPq e CAPES pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa.

References

- Azadi, M.; Saen, R. F. Developing a new chance-constrained DEA model for suppliers selection in the presence of undesirable outputs. **International Journal of Operational Research**, v. 13, n. 11, p. 44-66, 2012.
- Azadi, M.; Jafarian, M.; Saen, R. F.; Mirhedayatian, S. M. A new fuzzy DEA model for evaluation of efficiency and effectiveness of suppliers in sustainable supply chain management context. **Computers & Operations Research**, v. 54, p. 274-285, 2015.
- Charnes, A.; Cooper, W. W. Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints. **Management Science**, v. 11, n. 1, 1963.
- Edirishinghe, N.; Zhang, X. Input/output selection in DEA under expert information, with application to financial markets. **European Journal of Operational Research**, v. 207, n. 3, 2010.
- Emrouznejad, A.; Tavana, M. **Performance Measurement with Fuzzy Data Envelopment Analysis**, 1 ed, New York: Springer Science + Business Media, 2014.
- Fabozzi, F.; Huang, D.; Zhou, G. Robust portfolio: contributions from operations research and finance. **Annals of Operations Research**, v. 176, p. 191-220, 2010.
- Fabozzi, F.; Kolm, P.; Pachamanova, D.; Focardi, S. Robust portfolio optimization: Recent trends and future directions. **The Journal of Portfolio Management**, v. 33, n. 3, 2007.

- Jin, J.; Zhou, D.; Zhou, P. Measuring environmental performance with stochastic environmental DEA: The case of APEC economies. **Economic Modelling**, v. 38, 2014.
- Kao, C. Efficiency decomposition for general multi-stage systems in data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 232, n. 1, p. 117–124, 2014.
- Kim, J.; Kim, W.; Fabozzi, F. Robust developments in robust portfolios with a worst-case approach. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 161, n. 1, p. 103-121, 2014.
- Kim, W.; Kim, J.; Mulvey, J.; Fabozzi, F. Focusing on the worst state for robust investing. **International Review of Financial Analysis**, v. 39, p. 19-31, 2015.
- Levy, H.; Levy, M. The benefits of differential variance-based constraints in portfolio Optimization. **European Journal of Operational Research**, v. 234, n. 2, p. 372-381, 2014.
- Leung, P-L.; Ng, H-Y.; Wong, W-K. An improved estimation to make Markowitz's portfolio optimization theory users friendly and estimation accurate with application on the US stock market investment. **European Journal of Operational Research**, v. 222, p. 85-95, 2012.
- Lim, S.; Oh, K.; Zhu, J. Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. **European Journal of Operational Research**, v. 236, n. 1, p. 361-368, 2014.
- Markowitz, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- Markowitz, H. Mean-variance approximations to expected utility. **European Journal of Operational Research**, v. 234, n. 2, p. 346-355, 2014.
- Martins, R.; Mello, C.H.; Turrioni, J. B. **Guia para elaboração de Monografia e TCC em Engenharia de Produção**. São Paulo: Atlas, 2014.
- Powers, J.; McMullen, P. Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities. **Journal of Business and Management**, v. 7, n. 2, p. 31-42, 2000.
- Rotela Junior, P.; Pamplona, E. O.; Salomon, F. R. Portfolio optimization: efficiency analysis. **RAE**, v. 54, n. 4, 2014.
- Rotela Junior, P.; Pamplona, E. O.; Silva, A. F.; Salomon, F. R.; Valerio, V. E.; Carvalho, L. A. Data Envelopment Analysis and Fuzzy Theory: Efficiency Evaluation under uncertainty in portfolio optimization. **WSEAS Transactions on Business and Economics**, v. 12, 2015a.
- Rotela Junior, P.; Pamplona, E. O.; Rocha, L. C.; Valerio, V. E.; Paiva, A. P. Stochastic portfolio optimization using efficiency evaluation. **Management Decision**, v. 53, n. 8, 2015b.
- Sengupta, J. Data Envelopment Analysis for efficiency measurement in the stochastic case. **Computers and Operational Research**, v. 14, n. 2, 1987.
- Sharpe, W. F. A simplified model for portfolio analysis. **Management Science**, n. 9, 1963.
- Sharpe, W. F. Capital Assets prices: A Theory of Market Equilibrium under conditions of Risk. **Journal of Finance**, v. 19, 1964.
- Sueyoshi, T. Stochastic DEA for restructure strategy: an application to a Japanese petroleum company. **Journal of Financial Economics**, v. 99, n. 1, 2000.