

APLICAÇÃO MULTIVARIADA DO MÉTODO DE INTERSEÇÃO NORMAL À FRONTEIRA PARA OTIMIZAÇÃO DO PROCESSO DE USINAGEM A LASER DO AÇO AISI 314S

Gabriela Belinato

gabrielabelinato@gmail.com

Fabício Almeida

fabicio.alvesdealmeida@gmail.com

Vinicius de Paula

viniciusrp77@gmail.com

Pedro Paulo Balestrassi

ppbalestrassi@gmail.com

Pedro Rosa

pedro.rosa@tecnico.ulisboa.pt



O grau de complexidade de um problema de otimização é proporcional ao número de funções objetivo envolvidas. Nos processos de usinagem este número é particularmente elevado e as funções geralmente são correlacionadas. Neste sentido, propõe-se a aplicação de uma abordagem estatística para reduzir a dimensionalidade de problemas multiobjetivo combinando o método de interseção normal à fronteira (NBI) com a análise de componentes principais (PCA). A presente proposta é conduzida com base na otimização do processamento laser do aço AISI 314S, a partir de um planejamento de experimentos (DOE) em função de três parâmetros operativos (frequência, velocidade de varrimento e intensidade energética) visando melhorar o desempenho do processo. Os resultados mostram que a metodologia proposta pode ser aplicada com sucesso na minimização das rugosidades e maximização da taxa de remoção de material.

Palavras-chave: Usinagem a Laser, Análise dos Componentes Principais, Interseção normal à Fronteira, Otimização Multiobjetivo, rugosidade

1. Introdução

Os métodos de otimização permitem auxiliar a definição dos parâmetros tecnológicos utilizados na fabricação de um produto. A aplicação destes métodos está geralmente orientada para a otimização de somente um objetivo (PAIVA, *et al.* 2010). Porém, um produto é caracterizado por um conjunto de especificações técnicas que devem ser atendidas. Por exemplo, a necessidade de fabricar um produto com bom acabamento superficial e baixo custo de produção; implica em reduzir a rugosidade à medida que se aumenta a taxa de remoção de material (COSTA *et al.* 2016). Neste caso, o desafio passa a ser encontrar um vetor de solução que satisfaça simultaneamente mais de uma função objetivo, as suas restrições, e providencie um valor aceitável para cada resposta (COSTA *et al.* 2016b, RAO, 2009). A dificuldade deste desafio tende a aumentar quando as funções objetivo apresentam diferentes sentidos de otimização.

O estabelecimento das funções objetivo é fundamental para permitir melhorar a qualidade das estimativas teóricas fornecidas pelos métodos de otimização. Para isto é necessário identificar os mecanismos físicos associados aos parâmetros operativos de entrada. A interdependência entre fenômenos e parâmetros operativos está intrínseca nos princípios base dos processos de fabricação, com características correlacionadas, e que contribui para aumentar a complexidade do problema (PAIVA, *et al.* 2010). Para reduzir a dimensionalidade do problema é possível conduzir uma análise de componentes principais (PCA, *principal component analysis*) substituindo a estrutura de dados original por um pequeno número de componentes principais (ZHANG & WANG, 2011). Este procedimento ganha importância com o aumento das características que se pretende otimizar.

A análise dos dados pode ser melhorada por métodos de otimização multiobjetivo, entre eles o método de interseção normal à fronteira (NBI, *normal boundary intersection*). O NBI é um método que proporciona a geração da Fronteira de Pareto para problemas de otimização multiobjetivo. Este método é independente das escalas relativas das funções objetivo e capaz de fornecer um conjunto de pontos equiespaçados na Fronteira de Pareto, com vantagem sobre os métodos convencionais. Esta abordagem foi introduzida recentemente por Lopes *et al.* (2016) para a otimização de um processo de fresamento.

A literatura existente mostra que a maioria dos métodos de otimizações se voltam para os processos convencionais de corte. É importante a utilização da otimização para tecnologias onde a experiência acumulada é inferior e o valor acrescentado no produto seja superior. São

exemplo as tecnologias não-convencionais a eletroerosão (EDM, *electrical discharge machining*), erosão química (ECM, *electrochemical machining*) e erosão à laser (LBM, *laser beam machining*) aplicadas na fabricação de produtos para micromecânica, moldes, biomédicas, aeronáutica, aeroespacial, entre outras. Dentre essas tecnologias, a LBM é a que possui uma quase total ausência de referências de métodos para definição dos parâmetros operativos. Esta é possivelmente a razão pela qual começaram a surgir agora os primeiros trabalhos de otimização do processo de LBM. Estes envolvem o planejamento de experimentos, com arranjos de Taguchi (PANDEY & DUBEY, 2012; MANJOTH, KESHAVAMURTHY KUMAR, 2016; DUBEY & YADAVA, 2008) e de superfície de resposta (AHMED *et al.* 2016; UMER, MOHAMMED & AL-AHMARI, 2017). Algumas técnicas de redução de dimensionalidade e métodos de otimização como análise de componentes principais (DUBEY & YADAVA, 2008), lógica fuzzy (PANDEY & DUBEY, 2012), algoritmos genéticos (UMER, MOHAMMED & AL-AHMARI, 2017; AHMED *et al.* 2016) *desirability* (ALAHMARI & AHMED, 2016) e redes neurais (CAMPANELLI *et al.* 2013) são utilizadas para analisar esse processo. Porém, tanto quanto é do conhecimento dos autores, a combinação entre PCA e NBI não foi aplicada na otimização do processo de LBM. Neste sentido, o presente estudo propõe utilizar a PCA e o NBI na otimização de um processamento laser em LBM.

2. Fundamentação teórica

2.1. Metodologia de superfície de resposta

De acordo com Almeida *et al.* (2018), metodologia de superfície de resposta (RSM, *Response Surface Methodology*) é uma técnica matemática e estatística utilizada para realizar a modelagem e análise de problemas com diversas variáveis. Sendo uma metodologia prática, econômica e de fácil implementação (SINGH e RAO, 2007), na qual se objetiva a otimização de uma determinada resposta (MONTGOMERY, 2016; Myers *et al.* 2016).

A partir da Equação 1, é possível encontrar o polinômio de segunda ordem com os termos significativos que representam o problema:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (1)$$

onde Y é a resposta, x os parâmetros, β os coeficientes estimados, k o número de variáveis independentes e ε é o erro associado aos termos.

Para este estudo iremos utilizar o arranjo composto central (CCD, *Central Composite Desig*), sendo este, segundo Motgomery (2016) o arranjo mais utilizado para ajustar modelos de segunda ordem. O CCD apresenta um fatorial 2^k com n_F pontos fatoriais, $2k$ pontos axiais, e n_C pontos centrais.

2.2. Análise de componentes principais

Em processos de manufatura com múltiplas respostas, utilizar técnicas de otimização univariadas pode não ser muito favorável, devido à natureza multivariada das respostas. Portanto, se faz mais adequado utilizar técnicas multivariadas como a PCA.

A PCA é uma técnica de análise multivariada que minimiza a dimensionalidade dos dados, podendo representar, de maneira significativa, várias respostas correlacionadas em um pequeno número de variáveis latentes não correlacionadas (COSTA *et al.* 2016).

Segundo Johnson e Wicher (2007) quando algumas funções objetivas $f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)$ são correlacionadas com valores escritos em termos de um vetor aleatório $Y^T = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]$ tendo Σ como a matriz variância - covariância associada a esse vetor, então Σ pode ser fatorada em pares autovalores-autovetores $(\lambda_i, e_i), \dots, (\lambda_p, e_p)$, onde $(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0)$, assim como a i -ésima combinação linear não correlacionada por ser indicada por $PC_1 = e_i^T Y = e_{1i}^T Y_1 + e_{2i}^T Y_2 + \dots + e_{pi}^T Y_p$, com $i = 1, 2, \dots, p$.

O i -ésimo componente principal pode ser obtido com a maximização da combinação linear. Um conjunto de variáveis originais podem ser substituídos por combinações lineares não correlacionadas na forma de componentes principais que podem ser expressas em termos de uma matriz (Johnson & Wicher, 2007). Tal redução na dimensionalidade favorece na aplicação de técnicas de otimização, apresentando uma melhor modelagem computacional e resultados mais precisos.

2.3. Método de interseção normal à fronteira

O método NBI proposto por Das e Dennis (1998), é uma abordagem de otimização multiobjetivo capaz de encontrar soluções pareto-ótimas uniformemente distantes (BRITO *et al.* 2014; DAS e DENNIS, 1998), sobressaindo ao método de somas ponderadas (NAVES *et*

al. 2017; LOPES *et al.* 2016; COSTA *et al.* 2016; AHMADI *et al.* 2015). A formulação matemática do método pode ser escrita pela Equação 2.

$$\begin{aligned}
 & \underset{(x,t)}{\text{Max}} t \\
 & \text{S.t: } \bar{\Phi}\beta + t\hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) \\
 & \quad \mathbf{x} \in \Omega \\
 & \quad g_j(x) \leq 0 \\
 & \quad h_j(x) = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Onde, Φ representa a matriz *payoff*, obtida através da otimização individual de cada função objetivo; $\bar{\Phi}$ é a matriz *payoff* escalonada; β representa o vetor pesos para cada ponto de utopia, e t é um escalar perpendicular à linha de utopia. $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor normal e $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ representa o vetor das funções objetivo.

A matriz *payoff* (Φ) e a matriz *payoff* escalonada ($\bar{\Phi}$), a i -ésima linha consiste nos valores mínimos e máximos da função $f_i(\mathbf{x})$, sendo esses os valores inferiores e superiores respectivamente (BRITO *et al.* 2014; LOPES *et al.* 2016).

O ponto de utopia é o vetor que contém os ótimos individuais $f^U = [f_1^*(x_1^*), \dots, f_i^*(x_i^*), \dots, f_m^*(x_m^*)]^T$. É o melhor valor possível de ser obtido, mas geralmente está fora da região de soluções viáveis (IZADBAKSH *et al.* 2015; MAVALIZADEH & AHMADI, 2014; VAHIDINASAB & JADID, 2010). Por outro lado, o ponto de Nadir é formado pelos valores de não-ótimo de cada função objetivo, e apresenta a pior solução para o problema $f^N = [f_1^N, \dots, f_i^N, \dots, f_m^N]^T$ (NAVES *et al.* 2017; IZADBAKSH *et al.* 2015; MAVALIZADEH & AHMADI, 2014).

As matrizes *payoff* podem ser descritas pela Equação (3):

$$\Phi = \begin{bmatrix} f_1^*(x_1^*) & \dots & f_1(x_i^*) & \dots & f_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_i(x_1^*) & \dots & f_i^*(x_i^*) & \dots & f_i^*(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_m(x_1^*) & \dots & f_m(x_i^*) & \dots & f_m^*(x_m^*) \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} \bar{f}_1^*(x_1^*) & \dots & \bar{f}_1(x_i^*) & \dots & \bar{f}_1(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{f}_i(x_1^*) & \dots & \bar{f}_i^*(x_i^*) & \dots & \bar{f}_i^*(x_m^*) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{f}_m(x_1^*) & \dots & \bar{f}_m(x_i^*) & \dots & \bar{f}_m^*(x_m^*) \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\text{Onde: } \bar{f}_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^U}{f_i^N - f_i^U} \right] = \left[\frac{f_i(\mathbf{x}) - f_i^I}{f_i^{\text{MAX}} - f_i^I} \right]$$

Entretanto, para problemas bi-objetivos, a formulação do NBI pode ser escrita como na Equação (4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min}_{\mathbf{x}} F(\mathbf{x}) = \bar{f}_1(x) \\ \text{St.}: \bar{f}_1(\mathbf{x}) - \bar{f}_2(\mathbf{x}) + 2\beta_1 - 1 = 0 \\ \mathbf{x} \in \Omega \\ g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \\ h_{j+1}(x) = 0 \end{array} \right. \quad (4)$$

3. Procedimento Experimental

3.1. Máquina e material

Na realização deste estudo, utilizou-se uma máquina de erosão a laser, modelo DML 40 SI da *Deckel Maho Lasertec*® (Figura 1a) que utiliza um laser contínuo *Nd:YAG*. Para verificar o nível de rugosidade atingida pelo processo, utilizou-se rugosímetro da marca *Mahr*® modelo M300 conectado a um aparelho de medição RD18 (Figura 1b).



Figura 1: (a) Máquina de erosão a laser DML 40 SI e (b) rugosímetro Mahr® M300

Para os ensaios em LBM, utilizou-se o aço inoxidável AISI 314S. Este aço apresenta composição: 0.25% C; 26% Cr_{max}; 47% Fe; 2% Mn; 22% Ni_{max}; 0.003% S and 3% Si_{max}. Esta seleção levou em consideração o campo de aplicação da tecnologia e a adequação do material ao fabrico de micro moldes e mecânica de precisão. A geometria de teste consistiu numa pequena caixa plana de 10×10×0.1 mm representativa do campo de aplicação e que permitisse a medição da rugosidade superficial.

3.2. Planejamento de experimentos

Diante testes preliminares foram definidos os limites dos parâmetros de Frequência (kHz), Velocidade (mm/min) e Intensidade (%), descritos na Tabela 1. Após a definição da amplitude destes parâmetros de entrada, realizou-se um CCD para três fatores e dois níveis ($2^k=2^3=8$), seis pontos axiais ($2k=6$) e seis pontos centrais, totalizando 20 experimentos. Este tipo de arranjo (CCD) é amplamente utilizado em aplicações de usinagem, como estudos de: Almeida *et al.* 2018; Camposeco-Negrete, 2015; Asiltürk & Neşeli, 2012; Cukor *et al.* 2011; Sahoo, 2011; Al-Ahmari, 2007; Noordin *et al.* 2004. Além disso, o CCD apresenta maiores vantagens que outros tipos de design (MONTGOMERY, 2016). A Tabela 1 apresenta os parâmetros e os respectivos níveis utilizados e a Tabela 2 apresenta o arranjo experimental junto com as respostas obtidas para cada ensaio.

Tabela 1: Parâmetros e Níveis

Parâmetros de entrada	Níveis				
	-1.682	-1	0	1	1.682
Frequência [kHz]	11.2	15	20.5	26	29.7
Velocidade [mm/min]	29.5	200	450	700	870.4
Intensidade [%]	26.3	40	60	80	93.6

Tabela 2: Arranjo experimental.

Exp. N°	Parâmetros			Respostas originais						Respostas da PCA	
	f	V	I	Ra	Rq	Rz	Rp	Rt	MRR	Min	Max
1	15.00	200.00	40.00	4.588	5.848	31.300	14.460	39.580	0.0006	-1.312	-0.810
2	26.00	200.00	40.00	2.120	2.652	12.770	6.696	14.000	0.0004	-3.218	-0.735
3	15.00	700.00	40.00	7.270	9.026	42.060	22.590	47.900	0.0008	0.137	-0.811
4	26.00	700.00	40.00	2.884	3.532	17.470	8.816	18.860	0.0006	-2.710	-0.627
5	15.00	200.00	80.00	12.380	15.070	66.300	33.680	78.490	0.0017	3.219	0.078
6	26.00	200.00	80.00	5.280	6.910	35.330	20.300	45.700	0.0017	-0.336	0.650
7	15.00	700.00	80.00	11.820	14.660	63.700	31.400	79.660	0.0017	2.940	-0.009
8	26.00	700.00	80.00	5.770	7.254	36.260	17.150	52.880	0.0023	-0.052	1.639
9	11.25	450.00	60.00	11.420	14.330	61.520	33.550	80.090	0.0012	2.784	-0.718
10	29.75	450.00	60.00	2.144	2.709	14.960	8.040	17.930	0.0011	-2.819	0.266
11	20.50	29.55	60.00	15.100	17.910	69.300	33.670	95.140	0.0002	3.712	-2.399
12	20.50	870.45	60.00	4.067	5.137	26.240	12.640	30.490	0.0012	-1.621	0.241
13	20.50	450.00	26.36	3.638	4.363	17.570	8.677	22.420	0.0003	-2.561	-1.045
14	20.50	450.00	93.64	14.730	17.920	71.640	32.470	89.210	0.0027	4.286	1.325
15	20.50	450.00	60.00	6.221	7.815	36.610	17.180	47.000	0.0014	-0.308	0.296
16	20.50	450.00	60.00	5.799	7.380	36.710	17.810	42.500	0.0016	-0.405	0.521
17	20.50	450.00	60.00	6.171	7.507	34.350	16.050	38.370	0.0016	-0.572	0.525
18	20.50	450.00	60.00	6.230	7.708	36.140	18.600	41.290	0.0016	-0.330	0.473
19	20.50	450.00	60.00	5.889	7.553	36.520	17.950	44.760	0.0016	-0.333	0.526
20	20.50	450.00	60.00	6.166	7.599	33.600	17.330	38.250	0.0016	-0.503	0.615
Ponto de Utopia	(ζ_{y_j})			0.693	1.013	7.752	4.497	6.278	0.003	-3.766	1.670

4. Resultados e discussões

4.1. Modelagem do processo de LBM

Considerando análise da influência dos parâmetros de entrada do LBM nas respostas de rugosidade e de taxa de remoção, os modelos polinomiais de segunda ordem foram desenvolvidos utilizando a RSM. A partir do algoritmo de mínimos quadrados perfeitos (OLS, *Ordinary Least Squares*) é possível verificar que os modelos quadráticos das funções apresentam altos valores de ajuste (R^2 and R^2_{adj}), os coeficientes encontrados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Coeficientes dos modelos quadráticos completos.

Coefficiente	Ra	Rq	Rz	Rp	Rt	MRR	PC1	PC2
Constante	614.877	767.264	3.584.446	1.756.304	4.233.787	0.00155	-0.38053	-0.48085
f	-260.707	-320.719	-1.316.806	-674.171	-1.601.615	0.00001	-151.745	-0.30272
V	-111.147	-128.064	-429.294	-223.683	-638.492	0.00019	-0.51305	-0.39890
I	271.237	334.162	1.383.368	658.885	1.821.188	0.00066	178.574	-0.68284
f ²	-0.20534	-0.18878	-0.32431	0.67055	0.44541	-0.00012	-0.04327	0.17734
V ²	0.78514	0.87329	304.505	150.493	532.622	-0.00027	0.33257	0.47898
I ²	0.64389	0.73824	192.606	0.59223	285.134	0.00001	0.26798	0.04786
f x V	-0.10850	-0.19300	-0.31625	-0.86000	0.31875	0.00009	-0.04716	-0.14820
f x I	-0.78700	-0.85950	-191.125	-0.76150	-0.61875	0.00013	-0.22417	-0.24511
V x I	-0.43950	-0.51550	-214.125	-196.000	-0.60375	0.00003	-0.24386	-0.09935
Adj.R ² (%)	78.110	79.790	86.130	87.770	81.650	93.150	84.870	87.340
p-value regressão	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Teste de normalidade (AD)	1.121	1.127	0.943	0.852	0.763	0.556	0.905	0.586
p-value normalidade (AD)	<5%	<5%	0.013	0.023	0.039	0.131	0.017	0.112

Para determinar o melhor modo de tratar as respostas analisadas, foi realizado uma análise de correlação para os resultados de rugosidade e MRR com finalidade de saber se as características do processo apresentam uma natureza multivariada e assim poder utilizar técnicas adequadas como a PCA. A Tabela 4 mostra que as seis respostas do processo LBM apresentam níveis significativos de correlação, principalmente entre as respostas de rugosidade (Ra, Ry, Rq, Rz, Rt).

Diante as correlações significativas das respostas do processo de LBM e seus objetivos conflitantes, pode-se utilizar a PCA para reduzir a dimensionalidade das respostas e tratar de maneira adequada as informações correlacionadas. Em seguida, os componentes principais encontrados serão otimizados pelo método NBI para encontrar os pontos ótimos que solucionam o problema multiobjetivo.

Tabela 4: Matriz de correlações entre as respostas

	Ra	Rq	Rz	Rp	Rt
Rq	0.999 (0.000)				
Rz	0.984 (0.000)	0.990 (0.000)			
Rp	0.965 (0.000)	0.973 (0.000)	0.989 (0.000)		
Rt	0.979 (0.000)	0.984 (0.000)	0.989 (0.000)	0.976 (0.000)	
MRR	0.317 (0.173)	0.337 (0.146)	0.399 (0.082)	0.362 (0.116)	0.369 (0.109)

4.2. Otimização por PCA e NBI

A partir da matriz de correlação, é possível extrair os scores dos componentes principais (Tabela 2) além dos seus respectivos autovetores e autovalores (Tabela 5). Diante de tal análise, verifica-se que os dois primeiros componentes são responsáveis pela explicação de 98.9% da estrutura de variação das seis respostas originais analisadas (Tabela 5), justificando a utilização dos dois primeiros componentes para o procedimento.

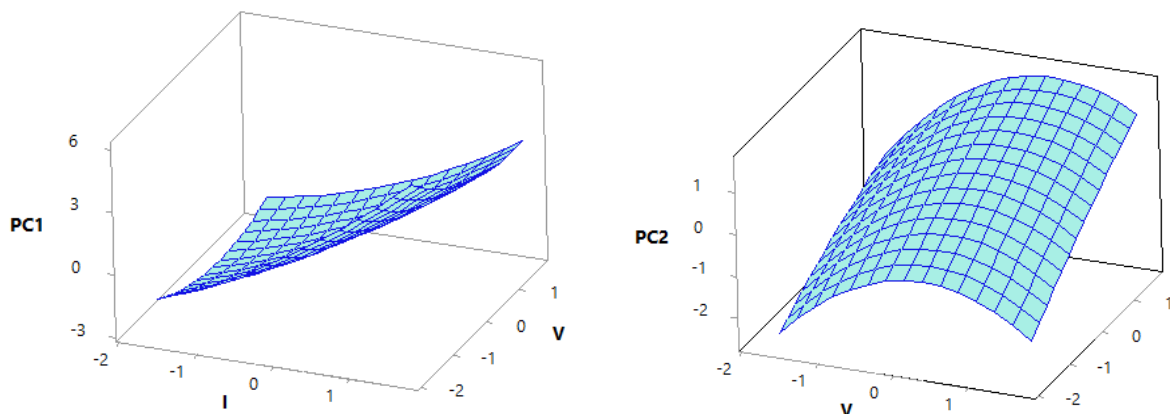
Tabela 5: Análise de componentes principais para as respostas em LBM.

Autovalores (λ_{ij})	5.0868	0.8485	0.042	0.0191
Proporção	0.848	0.141	0.007	0.003
Acumulado	0.848	0.989	0.996	0.999
Autovetores (e_{ij})	PC1	PC2	PC3	PC4
R _a	0.437	-0.133	0.536	-0.237
R _q	0.439	-0.111	0.388	-0.203
R _z	0.442	-0.039	-0.139	-0.063
R _p	0.437	-0.075	-0.731	-0.364
R _t	0.439	-0.07	-0.078	0.875
MRR	0.192	0.979	0.050	-0.023

A Tabela 3 mostra os resultados da ANOVA para as respostas originais e para os PCs modelados. Todos apresentam *p-values* inferiores a 5%. Em relação aos seus ajustes, todos apresentaram um ajuste superior a 75%, sendo que para PC1 R^2_{Adj} foi de 84,9% e para PC2 87,3%. A Figura 4 mostra os gráficos de superfície de resposta entre os PCs e as características analisadas.

A partir da análise dos autovetores (Tabela 5) é possível observar a relação altamente positiva entre PC1 e R_a, R_y, R_z, R_q e R_t, o que justifica a minimização desse componente. Por outro lado, existe uma relação forte e positiva entre PC2 e MRR, o que sugere que o segundo componente deve ser maximizado.

Figura 2: Superfícies de respostas para PC1 e PC2.

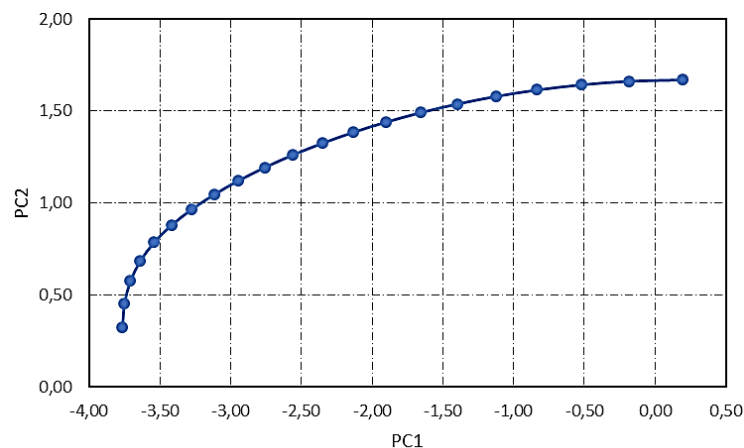


Para aplicação do método NBI, inicialmente gerou-se a matriz *payoff* com os pontos de utopia e nadir para os componentes principais (Equação 5).

$$\Phi = \begin{bmatrix} -3.728 & 0.666 \\ 0.0667 & 1.565 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A partir disso, aplicou-se o método de otimização NBI perante uma ponderação para as restrições de 0.05 e utilizando o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), gerando 21 pontos de pareto. A Figura 3 apresenta a fronteira de pareto equiespaçada gerada pelo método NBI. Os dados da otimização são apresentados na Tabela 6.

Figura 3: Fronteira de Pareto entre PC1 e PC2



Pode-se notar que a combinação PCA e NBI encontra uma fronteira e equiespaçada, evitando a aglomeração de soluções Pareto-ótimas ao longo da fronteira. As 21 soluções encontradas podem ser consideradas ótimas, no entanto, para determinar o ponto ótimo foi utilizado o critério de Entropia/ EPG (ROCHA, 2015).

Tabela 6: Resultados da
 otimização.

W	Parâmetros decodificados			Respostas decodificadas						PC1	PC2	EPG Entropia
	f	V	I	Ra	Rq	Rz	Rp	Rt	MRR			
0.00	20.35	48.73	50.05	8.27	9.92	41.66	19.99	56.35	0.00024	0.19	1.67	0.000
0.05	20.80	59.40	47.97	7.67	9.19	38.50	18.37	52.27	0.00020	-0.18	1.66	0.004
0.10	21.21	71.75	46.13	7.13	8.54	35.63	16.90	48.44	0.00017	-0.52	1.64	0.007
0.15	21.59	85.54	44.48	6.62	7.93	32.98	15.56	44.83	0.00015	-0.84	1.62	0.010
0.20	21.94	100.67	42.97	6.14	7.36	30.50	14.32	41.38	0.00013	-1.13	1.58	0.012
0.25	22.28	117.03	41.60	5.70	6.82	28.16	13.16	38.06	0.00013	-1.40	1.54	0.015
0.30	22.60	134.68	40.32	5.27	6.31	25.96	12.07	34.87	0.00012	-1.66	1.49	0.017
0.35	22.90	153.59	39.16	4.87	5.83	23.87	11.05	31.78	0.00013	-1.90	1.44	0.019
0.40	23.19	173.89	38.07	4.48	5.37	21.89	10.10	28.79	0.00014	-2.13	1.38	0.021
0.45	23.47	195.64	37.08	4.11	4.92	20.00	9.20	25.90	0.00015	-2.35	1.32	0.023
0.50	23.74	218.97	36.20	3.76	4.50	18.22	8.37	23.10	0.00016	-2.56	1.26	0.025
0.55	24.00	244.10	35.42	3.42	4.09	16.53	7.59	20.40	0.00018	-2.76	1.19	0.027
0.60	24.26	271.21	34.77	3.09	3.70	14.95	6.88	17.80	0.00021	-2.94	1.12	0.029
0.65	24.52	300.68	34.26	2.78	3.33	13.47	6.24	15.32	0.00023	-3.12	1.05	0.032
0.70	24.79	332.44	33.99	2.48	2.97	12.11	5.68	12.99	0.00026	-3.28	0.97	0.034
0.75	25.08	366.22	34.05	2.20	2.63	10.90	5.22	10.88	0.00030	-3.42	0.88	0.036
0.80	25.42	400.80	34.57	1.92	2.30	9.85	4.87	9.06	0.000351	-3.54	0.79	0.037
0.85	25.81	433.22	35.70	1.66	2.00	9.00	4.65	7.68	0.000403	-3.64	0.69	0.036
0.90	26.22	461.21	37.40	1.42	1.72	8.37	4.55	6.80	0.000464	-3.71	0.57	0.032
0.95	26.63	484.06	39.51	1.20	1.48	7.96	4.55	6.42	0.000535	-3.75	0.45	0.022
1.00	27.01	502.75	41.88	1.02	1.29	7.78	4.63	6.50	0.000615	-3.77	0.32	0.000

A partir do critério estabelecido, encontrou-se o ponto ótimo, sendo este o de maior valor EPG/Entropia igual a 0.037. Os parâmetros de máquina para esta resposta são encontrados quando se utilizam $f = 25.42$ kHz, $V = 400.80$ mm/s e $I = 34.57$ % como parâmetros de entrada.

5. Conclusões

Neste trabalho, foi realizada a análise das respostas de rugosidade e taxa de remoção de um processo de erosão a laser do aço AISI 314S a partir da aplicação dos métodos PCA e NBI. Após analisados os resultados, foi possível chegar às seguintes conclusões:

- A abordagem NBI-PCA foi capaz de exibir uma Fronteira Pareto uniforme;
- Os resultados numéricos indicam que a solução encontrada pela abordagem NBI-PCA foi caracterizada como ponto ótimo apropriado;

- A taxa de remoção de material é máxima e as respostas de rugosidade são mínimas quando temos $f= 25.42$ kHz, $V= 400.80$ mm/s e $I= 34.57$ % como parâmetros de entrada;
- Os resultados apresentados neste trabalho confirmam que os métodos utilizados resultam na otimização do processo de LBM visando a minimização das rugosidades e a maximização da taxa de remoção;
- A abordagem proposta fornecerá um grande auxílio aos engenheiros para identificar um conjunto de soluções ideais para auxiliar na melhoria do processo.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao IDMEC/UL, *Associated Laboratory for Energy, Transports and Aeronautics* (LAETA), Conselho Nacional Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), FAPEMIG e ao programa *Erasmus Mundus – Smart 2* pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

AHMADI A, MOGHIMI H, NEZHAD AE, AGELIDIS VG, SHARAF AM. Multi-objective economic emission dispatch considering combined heat and power by normal boundary intersection method. *Electr Power Syst Res* 2015;129:32–43. doi:10.1016/j.epsr.2015.07.011.

AHMED, N.; ALAHMARI, A. M.; DARWISH, S.; KHAN, A.A. 2016. Experimental investigation of micro-channels produced in aluminum alloy (AA 2024) through laser machining. *Applied Physics A*, 122(11), p.948. Available at: <http://link.springer.com/10.1007/s00339-016-0463-3>.

ALAHMARI, A.M., DARWISH, S. & AHMED, N., 2016. Laser beam micro-milling (LBMM) of selected aerospace alloys. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 86(9–12), pp.2411–2431. Available at: <http://dx.doi.org/10.1007/s00170-015-8318-1>.

AL-AHMARI, A.M.A. (2007). Predictive machinability models for a selected hard material in turning operations. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 190, no. 1-3, p. 305- 311, DOI:10.1016/j.jmatprotec.2007.02.031

ASILTÜRK, I. NEŞELI, S. (2012). Multi response optimisation of CNC turning parameters via Taguchi method-based response surface analysis. *Measurement*, vol. 45, no. 4, p. 785-794, DOI:10.1016/j.measurement.2011.12.004.

BRITO TG, PAIVA AP, FERREIRA JR, GOMES JHF, BALESTRASSI PP. A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays. *Precis Eng* 2014;38:628–38. doi:10.1016/j.precisioneng.2014.02.013.

CAMPANELLI, S.L.; CASALINO, G.; LUDOVICO, A.D.; BONSERIO, C. 2013. An artificial neural network approach for the control of the laser milling process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 66(9–12), pp.1777–1784.

COSTA, D.M.D.; PAULA, T.I; SILVA, P.A.P; PAIVA, A.P. Weighted principal component analysis combined with Taguchi's signal-to-noise ratio to the multiobjective optimization of dry end milling process: a comparative study. *Journal of Brazilian Society of Mechanical Science and Engineering*.

COSTA, D.M.D.; PAULA, T.I; SILVA, P.A.P; PAIVA, A.P. Normal boundary intersection method based on principal components and Taguchi's signal-to-noise ratio applied to the multiobjective optimization of 12L14 free machining steel turning process. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*.

COSTA DMD, BRITO TG, DE PAIVA AP, LEME RC, BALESTRASSI PP. A normal boundary intersection with multivariate mean square error approach for dry end milling process optimization of the AISI 1045 steel. *J Clean Prod* 2016. doi:10.1016/j.jclepro.2016.01.062.

CUKOR, G., JURKOVIĆ, Z. SEKULIĆ, M. (2011). Rotatable central composite design of experiments versus Taguchi method in the optimization of turning. *Metalurgija*, vol. 50, no. 1, p. 17-20.

DAS, I. & DENNIS, J.E., 1998. Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems. *SIAM Journal on Optimization*, 8(3), pp.631–657.

DUBEY, A. & YADAVA, V., 2008. Robust parameter design and multi-objective optimization of laser beam cutting for aluminium alloy sheet. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 38, pp.268–277.

IZADBAKHS M, GANDOMKAR M, REZVANI A, AHMADI A. Short-term resource scheduling of a renewable energy based micro grid. *Renew Energy* 2015;75:598–606. doi:10.1016/j.renene.2014.10.043.

JOHNSON, R.A. & WICHERN, D.W., 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis* Sixth Edit., Pearson Education, Inc.

KUMAR, G.S.P., 2016. Optimization and Analysis of Laser Beam Machining Parameters for Al7075-TiB In-situ Composite. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 149(1).

LOPES LGD, BRITO TG, PAIVA AP, PERUCHI RS, BALESTRASSI PP. Robust parameter optimization based on multivariate normal boundary intersection. *Comput Ind Eng* 2016; 93:55–66. doi:10.1016/j.cie.2015.12.023.

Mavalizadeh H, Ahmadi A. Hybrid expansion planning considering security and emission by augmented epsilon-constraint method. *Int J Electr Power Energy Syst* 2014;61:90–100. doi:10.1016/j.ijepes.2014.03.004.

NAVES FL, DE PAULA TI, BALESTRASSI PP, MOREIRA BRAGA WL, SAWHNEY RS, PAIVA AP. Multivariate Normal Boundary Intersection based on rotated factor scores: A multiobjective optimization method for methyl orange treatment. *J Clean Prod* 2017;143:413–39. doi:https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2016.12.092.

NOORDIN, M.Y., VENKATESH, V.C., SHARIF, S., ELTING, S., ABDULLAH, A. (2004). Application of response surface methodology in describing the performance of coated carbide tools when turning AISI 1045 steel. *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 145, no. 1, p. 46-58, DOI:10.1016/S0924-0136(03)00861-6.

PANDEY, A.K. & DUBEY, A.K., 2012. Taguchi based fuzzy logic optimization of multiple quality characteristics in laser cutting of Duralumin sheet. *Optics and Lasers in Engineering*, 50(3), pp.328–335

PAIVA, A. P., COSTA, S. C., PAIVA, E. J., BALESTRASSI, P. P., FERREIRA, J. R. Multi- objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v. 50, p. 113-125, 2010a

RAO, S.S., 2009. *Engineering optimization: theory and practice*. 4th ed., New Jersey: John Wiley & Sons.

ROCHA, L.C. S.; PAIVA, A. P.; BALESTRASSI, P.P.; SEVERINO, G.; ROTELA, P. 2015. Entropy-Based Weighting for Multiobjective Optimization: An Application on Vertical Turning. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015(October).

SAHOO, P. (2011). Optimization of turning parameters for surface roughness using RSM and GA. *Advances in Production Engineering Management*, vol. 6, no. 3, p. 197-208.

UMER, U., MOHAMMED, M.K. & AL-AHMARI, A., 2017. Multi-response optimization of machining parameters in micro milling of alumina ceramics using Nd:YAG laser. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 95, pp.181–192.

VAHIDINASAB V, JADID S. Normal boundary intersection method for suppliers' strategic bidding in electricity markets: An environmental/economic approach. *Energy Convers Manag* 2010;51:1111–9. doi:10.1016/j.enconman.2009.12.019.

ZHANG, R. & WANG, W., 2011. Learning linear and nonlinear PCA with linear programming. *Neural Processing Letters*, 33(2), pp.151–170.