



Estudo Comparativo entre Modelos Auto-regressivos Integrados de Médias Móveis e Redes Neurais Artificiais na Modelagem e Previsão de Séries Econométricas

Estevão Luiz Romão (UNIFEI)
estevaoromao@unifei.edu.br

Simone Carneiro Streitenberger (UNIFEI)
simonecs@unifei.edu.br

Fabício Alves de Almeida (UNIFEI)
fabricao-almeida@unifei.edu.br

Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI)
pedro@unifei.edu.br

Resumo: A previsão de séries temporais é de extrema importância para o engenheiro de produção. Analisar os dados disponíveis, saber elaborar bons modelos preditivos e conseguir tomar decisões assertivas a partir destas informações têm sido ações cada vez mais desejadas pelo mercado de trabalho na atualidade. Nesse sentido, o presente artigo apresenta um estudo comparativo entre modelos auto-regressivos integrados de médias móveis (ARIMA) e redes neurais artificiais (RNA) na modelagem de séries temporais econométricas. Foram utilizadas 2 séries reais do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) referentes ao cenário brasileiro: valores de preços de exportação e valores de preços de importação do Brasil. Estas séries são altamente autocorrelacionadas com média não constante ao longo do período de tempo considerado. Utilizaram-se os softwares Minitab e Statistica para realização da modelagem e da previsão. A métrica utilizada foi o Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE) por ser uma métrica que não é influenciada pela escala dos dados. Ambos os métodos apresentaram bom desempenho ao desenvolver um modelo para os dados, sendo que em relação às previsões, as RNA apresentaram menores valores de MAPE. Convém destacar que não houve indícios de sobreajuste, já que os modelos ajustados tiveram um desempenho para o conjunto de teste próximo ao desempenho obtido com o conjunto de treinamento, conforme pode ser observado pelos valores de MAPE.

Palavras-chave: ARIMA, Redes Neurais Artificiais, Séries temporais

1. Introdução

A modelagem e previsão de séries temporais quando utilizada corretamente, pode ser um diferencial estratégico para as empresas. Segundo Correa, Gianesi e Canon (2001), não há necessidade de uma previsão exata, por exemplo da demanda de um determinado produto ou família de produtos, mas sim que essa previsão seja melhor que a de seu concorrente.

Existem diversos métodos bem difundidos na literatura que tratam de previsão tanto de curto como de longo prazo como, por exemplo, média móvel simples, média móvel ponderada, suavizamento exponencial simples, método de *Winters*, modelo de troca de regime de Markov, modelo auto-regressivo integrado de média móvel (ARIMA), assim como as redes neurais artificiais (RNA).

Dessa forma, a partir dessa necessidade de realizar previsões de valores de determinadas séries temporais, inicialmente faz-se necessário modelar essas séries. Entretanto, em muitos casos gera-se um modelo que se ajusta muito bem aos dados passados, mas com desempenho insatisfatório ao tentar prever acontecimentos futuros. Nestes casos, o modelo começa a decorar os dados e ocorre um sobreajuste (*overfitting*) o que é bastante prejudicial na hora de realizar previsões, pois o modelo perde sua capacidade de generalização (MONTGOMERY; JENNINGS; KULAHCI, 2008).

Assim, o presente artigo realiza uma comparação entre o desempenho de 2 métodos bem conhecidos e consolidados na literatura: ARIMA e RNA. Tais métodos são utilizados para modelar e prever valores futuros de 2 séries temporais referentes ao cenário brasileiro: valores de preços de importação e valores de preços de exportação. Com isso, objetiva-se verificar se os métodos anteriormente citados são adequados para modelagem e previsão de séries temporais econométricas, que na maioria das vezes não apresentam um comportamento estacionário, bem como quantificar o desempenho de cada um deles.

A sequência deste artigo é estruturada da seguinte forma: a seção 2 apresenta um breve referencial teórico sobre séries temporais e sobre os métodos utilizados, a seção 3 descreve a metodologia utilizada para realizar o estudo das séries temporais, a seção 4 detalha os principais resultados obtidos e finalmente a seção 5 explora as principais conclusões e discussões a respeito do estudo.

2. Fundamentação teórica

2.1 Séries temporais

Uma série temporal pode ser entendida como sendo uma sequência de dados observados ao longo do tempo (dados longitudinais). A modelagem destes dados é de grande relevância, visto que com um modelo adequado é possível realizar boas previsões sobre o futuro de forma a auxiliar nos estudos de variáveis econômicas e financeiras, previsão de vendas, desempenho de um processo ao longo do tempo, entre outros (ROMÃO, 2019).

Ao se estudar séries temporais, é necessário o entendimento prévio sobre alguns conceitos, como estacionariedade e autocorrelação.

De acordo com Montgomery, Jennings e Kulahci (2008), uma série é dita estritamente estacionária quando suas propriedades não são afetadas pelo tempo. Isto implica em uma estabilidade dos dados, apresentando, por exemplo, uma média constante. A média de uma determinada amostra dessa série pode ser calculada conforme apresentado pela Equação 1, onde T representa a quantidade de observações e y_t as observações originais ao longo do tempo.

$$\bar{y} = \hat{\mu}_y = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \quad (1)$$

Além disso, a variância dessa série pode ser obtida por meio da Equação 2.

$$s^2 = \hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2 \quad (2)$$

Já a autocorrelação pode ser entendida como sendo a correlação que a série possui com ela própria deslocada no tempo, sendo esse intervalo de tempo denominado *lag* (k). A função autocorrelação amostral (r_k), ou ACF amostral de uma série finita, pode ser estimada a partir da função de autocovariância (c_k) conforme mostrado nas Equações 3 e 4, em que k representa o *lag* anteriormente mencionado (MONTGOMERY; JENNINGS; KULAHCI, 2008).

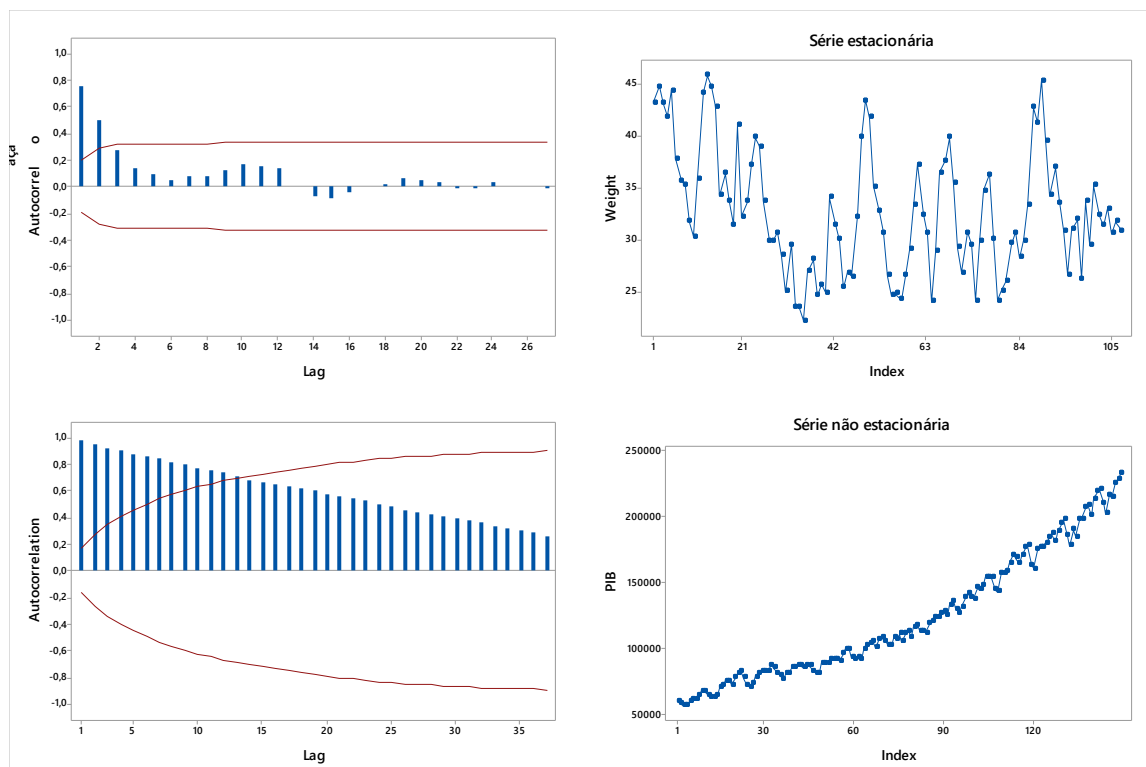
$$r_k = \hat{\sigma}_k = \frac{c_k}{c_0}, \quad k = 0, 1, \dots, K \quad (3)$$

$$c_k = \hat{\gamma}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-K} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}), \quad k = 0, 1, \dots, K \quad (4)$$

Segundo Montgomery, Jennings e Kulahci (2008), existem padrões nos gráficos de ACF que podem indicar se a série é estacionária ou não. A Figura 01 mostra na sua parte superior um gráfico ACF em que a autocorrelação decai rapidamente e em seguida oscila em torno de

zero, o que é característico de uma série temporal estacionária. Por outro lado, a parte inferior da Figura 1 apresenta um comportamento em que a autocorrelação persiste assumindo altos valores, o que é característico de uma série temporal não estacionária. Ainda é possível observar à direita de cada ACF, o gráfico da série temporal que lhe deu origem.

Figura 1 - Gráficos de autocorrelação e séries temporais originais



2.2. Modelo auto-regressivo integrado de médias móveis (ARIMA)

Para possibilitar o entendimento sobre o funcionamento do modelo ARIMA, é importante abordar inicialmente o modelo auto-regressivo e de médias móveis (ARMA). Conforme o próprio nome indica, ele é composto por uma parte auto-regressiva e outra de médias móveis (SAÚDE, 2019). A parte auto-regressiva $AR(p)$ relaciona a variável com seus próprios valores passados, e para isso a ordem p indica a quantidade de *lags* que serão incluídos no modelo. Enquanto a parte de médias móveis modela a série temporal por meio de uma média móvel de valores de erros que ocorreram no passado (GUJARATI, 2011).

Outro conceito importante a ser destacado é que uma série dita não estacionária homogênea pode ser diferenciada, ou seja, ela pode produzir uma nova série cujos valores são obtidos por meio da diferença entre os valores da série temporal original. A realização deste procedimento

uma ou duas vezes já é suficiente para proporcionar uma série temporal estacionária (MONTGOMERY; JENNINGS; KULAHCI, 2008). O número de diferenças (d) necessárias para tornar uma série estacionária é chamado de ordem de integração (SAÚDE, 2018).

Finalmente, um modelo ARIMA irá apresentar os três parâmetros, p , d , q , explicados anteriormente. Dessa forma, elabora-se um modelo composto de uma parte auto-regressiva, outra de médias móveis, e uma parte integrada, ou seja, os dados foram diferenciados, sendo que essa diferenciação pode ter ocorrido uma ou mais vezes. Como não é objetivo deste artigo explorar profundamente as formulações matemáticas dos métodos estudados, o leitor que sentir necessidade de maiores detalhes poderá recorrer à (MONTGOMERY; JENNINGS; KULAHCI, 2008).

2.2. Redes neurais artificiais

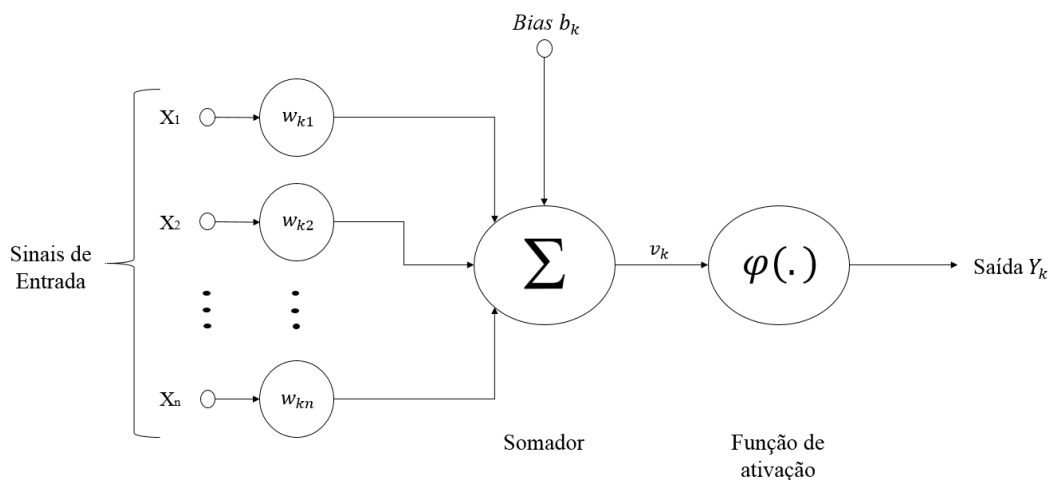
As redes neurais artificiais (RNA) são um tipo de tecnologia computadorizada que aprende a reter conhecimento continuamente por tentativa e erro (CHANG; TSENG, 2017). Dessa forma, são semelhantes ao cérebro, uma vez que obtém-se conhecimento em um processo de aprendizagem a partir do ambiente no qual elas se encontram. Além disso, existem forças de conexão entre os neurônios artificiais, chamadas de pesos sinápticos, utilizados para reter o conhecimento (HAYKIN, 2009).

Uma rede neural artificial consiste em um arranjo de nós interconectados representados pelos neurônios que são dispostos em diferentes camadas (camada de entrada, camada escondida e camada de saída) (KUO; FARICHA, 2016). Cada camada é composta por neurônios, sendo que os neurônios em duas camadas adjacentes estão completamente conectados através de pesos respectivos, enquanto que aqueles dispostos em uma mesma camada não possuem nenhuma conexão (BALESTRASSI et al., 2009). Assim, as redes neurais artificiais conseguem mapear uma relação entre os dados de um conjunto de entrada e de um de saída.

Um neurônio consiste na unidade de processamento de informação para a operação de uma rede neural e é composto por 3 elementos básicos: sinapse, somador e função de ativação. As sinapses representam as conexões entre um sinal de entrada e um neurônio, sendo que cada uma é caracterizada por um peso. Já o somador realiza a soma dos sinais de entrada que são multiplicados pelos respectivos pesos sinápticos. Por fim, a função de ativação é responsável por restringir o intervalo de saída de um neurônio (HAYKIN, 2009).

A Figura 2 indica o modelo neuronal anteriormente mencionado, sendo que o *bias* (viés) tem o objetivo de aumentar ou diminuir a entrada líquida da função de ativação.

Figura 2 - Modelo não linear de um neurônio



Fonte: Adaptado de Haykin (2009)

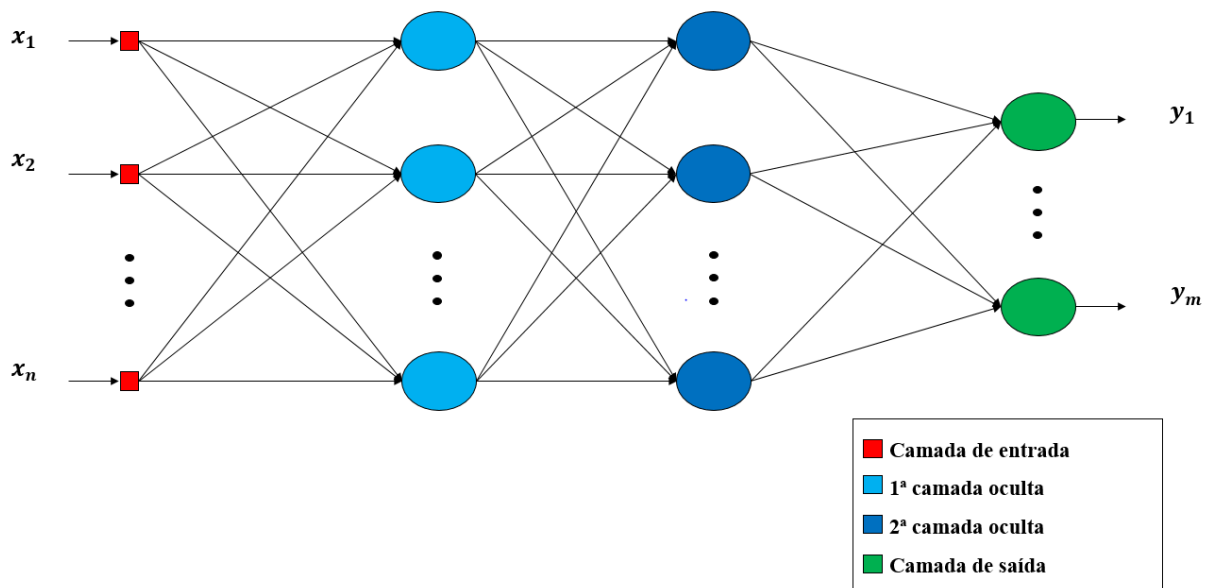
As RNA podem ser classificadas em duas classes: redes *feed-forward* e *feed-back*. Essa classificação guarda relação com sua arquitetura e interconexão entre seus neurônios. Na rede do tipo *feed-forward*, a informação apenas flui no sentido da camada de entrada para a de saída, enquanto que nas redes do tipo *feed-back*, ou redes dinâmicas, a saída de um neurônio de uma determinada camada pode servir de entrada para o mesmo neurônio ou para neurônios de camadas anteriores (TEALAB; HEFNY; BADR, 2017).

O MLP é um tipo de rede neural artificial com múltiplas camadas de neurônios em uma arquitetura do tipo *feed-forward* e pode ser composto de, no mínimo, 3 camadas, sendo uma de entrada, uma ou mais camadas escondidas e uma camada de saída. O MPL utiliza a técnica de aprendizado supervisionado (já que os valores das respostas no conjunto de treinamento são conhecidos) chamada de retropropagação (*backpropagation*) (ZHAI et al., 2016).

A estrutura de uma rede neural artificial do tipo *Multilayer feed-forward* é apresentada na Figura 3.

Por fim, vale a pena destacar que uma grande vantagem de se trabalhar com RNA é que não existe necessidade de ter conhecimento de um modelo matemático que represente o conjunto de dados em questão, linear ou não linear (CHANG; TSENG, 2017).

Figura 3 - Exemplo da estrutura de uma rede neural



Fonte: Adaptado de Oliveira *et. al.* (2010)

3. Metodologia

O presente artigo possui uma abordagem quantitativa e a metodologia de pesquisa, segundo Bertrand e Fransoo (2002) pode ser classificada como empírica descritiva, já que visa à criação de modelos capazes de descrever o relacionamento causal existente na realidade.

Assim, inicialmente foram selecionadas 2 séries temporais dentre as mais acessadas do cenário brasileiro no site do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA): valores de preços de exportação brasileira e valores de preços de importação brasileira. A série de importação é composta de valores mensais sendo que os dados de Janeiro de 1977 até Janeiro de 2018 foram usados para construção do modelo e os dados de Fevereiro de 2018 até Fevereiro de 2020 para testar a capacidade de previsão dos modelos.

De forma semelhante, a série de importação também possui valores mensais e foram considerados valores de Janeiro de 1978 até Janeiro de 2018 para a construção do modelo e valores de Fevereiro de 2018 até Fevereiro de 2020 para testar os modelos.

Assim, nem todo conjunto de dados foi utilizado para construção dos modelos. Conforme sugere Montgomery, Jennings e Kulahci (2008), para testar a performance de um modelo, é interessante utilizar no mínimo de 20 a 25 valores. Desta forma, 25 observações de cada uma das séries não foram incluídas no conjunto de treinamento.

É importante ressaltar que as séries de preço de exportação e de importação tiveram como base o preço médio do ano de 2006. Assim, adotou-se o valor 100 para o preço médio desse ano e a partir dele definiram-se os valores para os demais anos. Em seguida, essas séries foram plotadas ao longo do tempo para que o comportamento de cada uma pudesse ser analisado em termos de estacionariedade e autocorrelação. A próxima etapa consistiu na definição dos métodos que seriam utilizados para modelar e prever os valores da série temporal. Escolheram-se as RNA e o método ARIMA já que são comumente abordados em artigos e trabalhos envolvendo séries temporais.

Para avaliação dos valores ajustados e previstos utilizou-se a métrica MAPE, conforme indicado na Equação 5. Essa métrica foi escolhida justamente por ser calculada em termos percentuais e conseqüentemente não ser afetada pela escala dos dados em cada uma das séries.

$$MAPE(\%) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \times 100 \quad (5)$$

Para a modelagem e previsão dos valores das séries, foram utilizados o *software* Minitab® para o método ARIMA e o *software* Statistica para o método das RNA.

4. Resultados

Conforme mencionado na seção anterior, a Figura 4 mostra cada uma das séries escolhidas e seus respectivos gráficos ACF. Dessa forma pode-se verificar que todas as séries são autocorrelacionadas e os valores das médias não aparentam ser constantes ao longo de todo o intervalo de tempo analisado.

Para as séries de exportação e importação, foram considerados os seguintes modelos, ARIMA(1,1,1) e ARIMA(2,2,2), respectivamente, sendo que os valores de *p-value* foram significativos para todos os termos considerados no modelo. Já para as RNA, convém destacar que as RNA foram treinadas por 1 minuto usando o *Intelligent Problem Solver* do Statistica. Os dados de entrada foram tratados como uma série temporal e a rede foi parametrizada para utilizar no máximo 2 unidades de tempo anteriores como variáveis de entrada. Só foram consideradas as redes do tipo MLP com 3 camadas – uma de entrada, uma oculta e uma de saída –, sendo que a quantidade máxima de neurônios na camada oculta foi definida como 10, já que é o valor *default* do *software*. A Figura 5 mostra os gráficos de

alguns valores reais e ajustados para cada uma das séries temporais para o método ARIMA, sendo que os valores de MAPE nessa etapa para as séries de exportação e importação foram de 1,51% e 2,02%, respectivamente. Optou-se por plotar apenas alguns dos valores das séries para facilitar a visualização.

Figura 4 - Gráficos de autocorrelação das séries estudadas

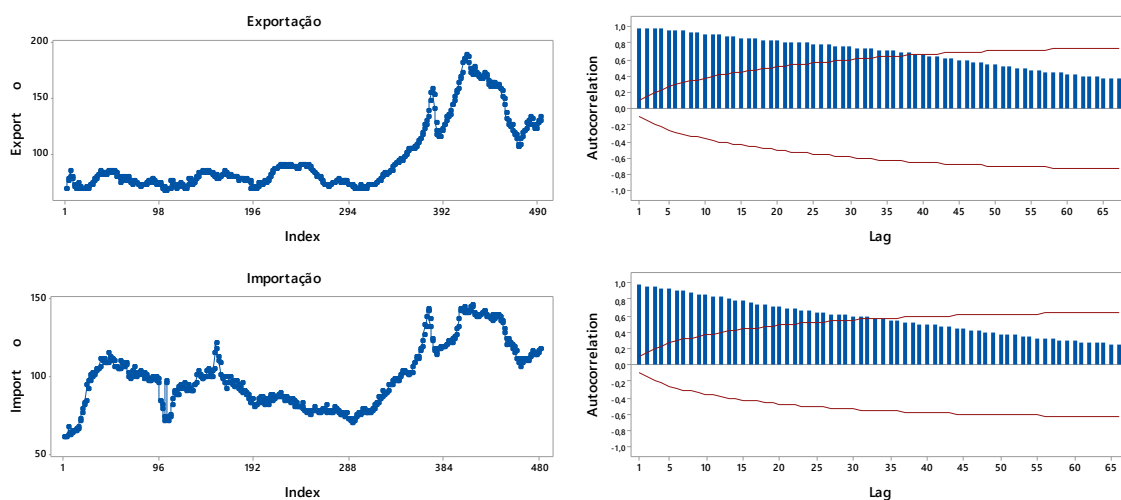
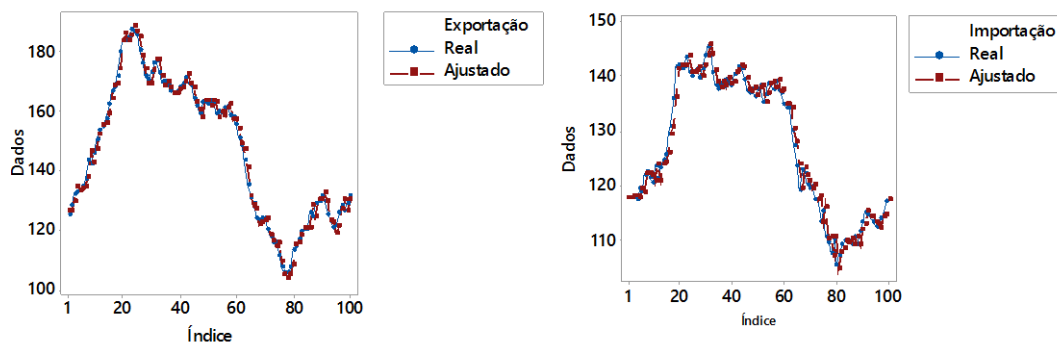


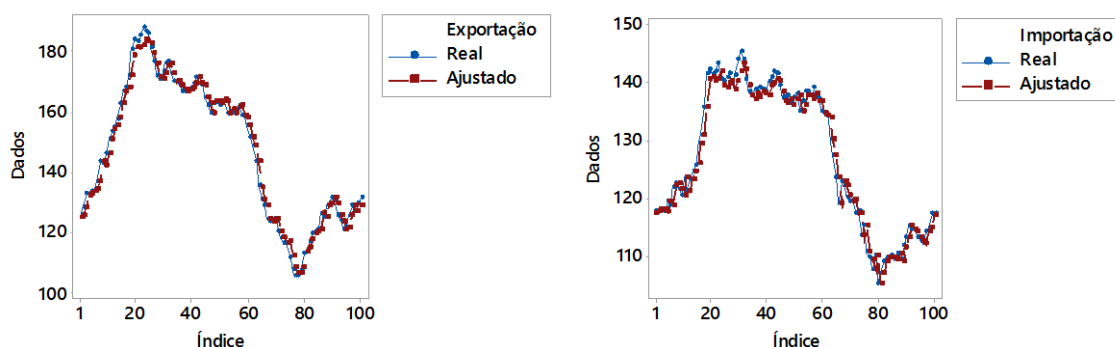
Figura 5 - Valores reais das séries e valores ajustadas pelo método ARIMA



A Figura 6 mostra os gráficos de valores reais e ajustados para cada uma das séries temporais modeladas utilizando RNA, e os valores de MAPE para as séries de exportação e importação foram de 1,59% e 2,01%, respectivamente. Novamente optou-se por plotar apenas 100 valores das séries para facilitar a visualização.

É possível notar que os valores de MAPE para os métodos ARIMA e RNA foram similares em ambos os casos para as duas séries consideradas.

Figura 6 - Valores reais das séries e valores ajustadas pelo método RNA



Em seguida, os 25 valores finais das séries, reservados para testes e, portanto, não considerados nos dados de treinamento (construção do modelo), foram previstos a partir dos modelos construídos. Os valores reais e previstos para cada uma das séries pelos 2 métodos podem ser observados na Tabela 1. Os valores de MAPE associados para as séries de Exportação e Importação foram, respectivamente, para o método ARIMA iguais a 3,67% e 3,52% e para as RNA foram iguais a 2,12% e 2,97%.

Tabela 1 - Previsões para 25 pontos à frente utilizando RNA e ARIMA

Exportação	Importação	Previsão	Previsão	Previsão	Previsão
		ARIMA Expo	ARIMA Impo	RNA Expo	RNA Impo
132,39	119,06	132,43	117,20	131,1678	119,16
133,38	120,68	133,16	117,46	131,0001	120,78
135,70	124,73	133,66	117,51	130,8369	124,83
134,73	123,68	133,99	117,64	130,6781	123,78
134,50	122,58	134,21	117,74	130,5237	122,68
135,62	122,28	134,36	117,86	130,3737	122,38
132,45	121,88	134,46	117,96	130,2280	121,98
132,57	122,80	134,53	118,07	130,0865	122,90
135,32	121,86	134,58	118,18	129,9493	121,96
132,73	122,69	134,61	118,29	129,8162	122,79
129,14	125,03	134,63	118,40	129,6872	125,13
128,57	120,23	134,64	118,51	129,5622	120,33
126,03	117,94	134,65	118,62	129,4411	118,04
128,46	117,78	134,66	118,73	129,3239	117,88
129,88	119,05	134,66	118,84	129,2104	119,15
130,47	118,52	134,66	118,95	129,1006	118,62
130,41	116,07	134,67	119,06	128,9944	116,16
132,23	117,24	134,67	119,17	128,8918	117,34

Continuação da Tabela 1

Exportação	Importação	Previsão ARIMA Expo	Previsão ARIMA Impo	Previsão RNA Expo	Previsão RNA Impo
131,57	114,51	134,67	119,28	128,7926	114,60
127,22	114,78	134,67	119,39	128,6968	114,87
125,52	114,09	134,67	119,50	128,6042	114,18
125,50	115,75	134,67	119,61	128,5148	115,84
122,03	112,99	134,67	119,72	128,4285	113,07
125,47	111,59	134,67	119,83	128,3452	111,66
126,18	111,63	134,67	119,94	128,2649	111,70

Pode-se observar que durante a previsão de 25 valores futuros, as RNA apresentaram menores valores de MAPE em comparação ao método ARIMA, mas ainda assim, ambos os métodos se mostraram aptos em relação a esse tipo de problema.

5. Conclusões

O presente artigo apresentou um estudo comparativo entre os métodos ARIMA e RNA na modelagem e previsão de séries temporais. As séries temporais utilizadas foram séries econométricas do cenário brasileiro referentes aos valores dos preços de exportação e preços de importação. Ambos os métodos apresentaram boas performances com valores de MAPE inferiores a 5%. Em termos de comparação, as RNA apresentaram melhor capacidade de generalização, apresentando um menor valor de MAPE ao realizarem as previsões.

Entretanto, é importante destacar que apenas este estudo é insuficiente para concluir qual método possui uma *performance* superior, pois seria necessário um maior número de séries e com características distintas para possibilitar a comparação em diversos cenários, o que permitiria a generalização do estudo comparativo. Ainda assim, é possível concluir que ambos os métodos geraram boas previsões e são adequados para tratar séries econométricas com comportamento não estacionário e não houve fortes indícios de *overfitting*, pois os valores de MAPE tanto para o conjunto de treinamento quanto para o de teste não foram muito discrepantes.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro e estrutural fornecido pela CAPES, CNPq e UNIFEI que tornou possível a elaboração deste trabalho.

REFERÊNCIAS

BALESTRASSI, P. P.; POPOVA, E.; PAIVA, A. P.; LIMA, J. W. M. Design of experiments on neural network's training for nonlinear time series forecasting. **Neurocomputing**, v. 72, p. 1160-1178, 2009.

BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. Modelling and Simulation: Operational management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations and Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.

CHANG, J.; TSENG, C. Analysis of Correlation between Secondary PM2.5 and Factory Pollution Sources by Using ANN and the Correlation Coefficient. **IEEE Access**, v. 5, p. 22812-22822, 2017.

CORREA, H. L., GIANESI, I. G. N. & CAON, M. (2001). **Planejamento, Programação e Controle da Produção**. 3.ed. São Paulo: Atlas

GUJARATI, D. N. **Econometria Básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2011.

HAYKIN, S. **Neural Networks and Learning Machines**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 2009.

KUO, H.; FARICHA, A. Artificial Neural Network for Diffraction Based Overlay Measurement. **IEEE Access**, v. 4, p. 7479-7486, 2016.

OLIVEIRA, A. C. S.; SOUZA, A. A.; LACERDA, W. S.; GONÇALVES, L. R. Aplicação de Redes Neurais Artificiais na Previsão da Produção de Álcool. **Ciência e Agrotecnologia**, v. 34, n. 2, p. 279-284, 2010.

ROMÃO, E. L., **Estudo comparativo entre redes neurais artificiais e Markov-switching model na modelagem de séries temporais não lineares**. Itajubá: Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2019.

SAÚDE, L. M.S., **Análise comparativa entre os métodos auto-regressivo integrado de médias móveis e rede neural artificial para previsão de séries temporais**. Itajubá: Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção - Universidade Federal de Itajubá, 2018.

TEALAB, A.; HEFNY, H.; BADR, A. Forecasting of nonlinear time series using ANN. **Future Computing and Informatics Journal**, v. 2, p. 39-47, 2017.

ZHAI, X.; ALI, A. A. S.; AMIRA, A.; BENSALI, F. MLP Neural Network Based Gas Classification System on Zynq SoC. **IEEE Access**, v. 4, p. 8138-8146, 2016.