

# ANÁLISE ESTATÍSTICA MULTIVARIADA NO ESTUDO DO PROCESSO DE TORNEAMENTO A SECO EM AÇO AISI H13

**Alex Fernandes de Souza (Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI)**

**Anderson Paulo de Paiva (Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI)**

**Paulo Henrique da Silva Campos (Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI)**

**Pedro Paulo Balestrassi (Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI)**



*O aço AISI H13 é um dos metais mais utilizados na manufatura. Um dos principais métodos de produção de peças a partir desse metal é o torneamento a seco, que exige um alto nível de controle do processo. Este estudo teve como objetivo analisar as características específicas do torneamento a seco do aço AISI H13 por meio de análises estatísticas multivariadas. A metodologia incluiu a coleta de dados durante o processo de usinagem, a criação de um conjunto de dados e, por fim, a análise de estatística descritiva, correlação, agrupamento hierárquico e avaliação de componente principal (PCA). As análises mostraram que três parâmetros apresentaram um desvio padrão elevado, indicando maior variabilidade no processo. A análise de correlação revelou um maior número de correlações negativas. Também foram observados valores muito próximos de 1 e -1, indicando correlações fortes. O estudo de agrupamento hierárquico verificou que processos com diferentes parâmetros de usinagem apresentam variáveis com valores semelhantes. Essa análise sugere que variações na configuração da máquina podem ser adotadas para otimizar a usinagem. A análise de PCA mostrou que é possível reduzir o conjunto de dados para 3 variáveis, que contêm 86,4% das informações do conjunto original, potencializando as análises nesses dados. Logo, é possível inferir que a análise estatística multivariada fornece insights valiosos que podem ser utilizadas para aprimorar o controle e a otimização do processo, visando melhorar a qualidade e eficiência na produção de peças a partir desse metal.*

*Palavras-chave: Redução de dimensionalidade, Análise de componente principais, Parâmetros de usinagem.*

## 1. Introdução

O torneamento é uma operação fundamental na indústria de usinagem e é amplamente utilizado na conformação e acabamento de peças metálicas. Nesse processo, a matéria-prima é girada em torno de seu eixo em alta velocidade enquanto uma ferramenta de corte remove o excesso de material para obter a forma desejada (PANWAR *et al.*, 2021). Esta operação é amplamente utilizada em indústrias como automotiva, aeroespacial e construção devido à sua versatilidade na produção de uma ampla variedade de formas, de planas a complexas (ZERTI *et al.*, 2019). Dentre os diversos materiais de usinagem, o aço é um dos materiais mais utilizados no mundo. O aço é uma liga de ferro e carbono, comumente combinada com outros elementos de liga, como cromo, molibdênio e tungstênio para melhorar suas propriedades. Esses aços-liga têm muitas vantagens, como alta resistência mecânica, durabilidade, boa usinabilidade e resistência a altas temperaturas (SALES *et al.*, 2020). Essas propriedades tornam o aço usado em muitas aplicações industriais, desde a construção de estruturas e máquinas até componentes de precisão em indústrias exigentes. Além disso, o processo de torneamento desse metal desempenha um papel importante na fabricação de peças usinadas com excelente precisão, qualidade e resistência, e contribui amplamente para a fabricação de produtos importantes para a sociedade (BISWAS; SINGH; MUHKHERJEE, 2021).

Durante o processo de torneamento do aço, é possível realizar medições e obter dados numéricos de diversas variáveis envolvidas, como nível de ruído, temperatura, tempo de vida da peça, entre outras. A coleta destes dados permite a aplicação de análises estatísticas avançadas, permitindo a identificação de padrões, tendências e a otimização de processos. Essas análises podem levar a melhorias significativa, tais como, redução de custos, minimização do impacto ambiental e melhoraria na qualidade da peça final (PAGOTTO, 2022).

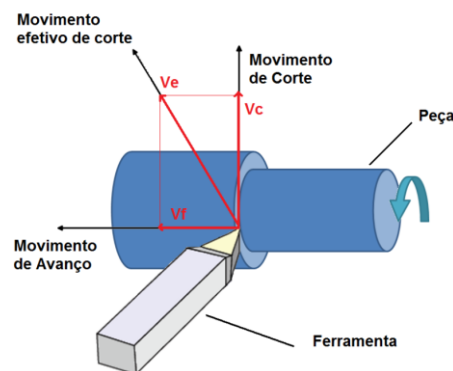
Este estudo teve como objetivo aplicar técnicas de estatística multivariada em um conjunto de dados obtidos durante o processo de torneamento a seco de uma peça fabricada em aço ABNT H13. O objetivo desse trabalho foi identificar as variáveis que exercem maior influência no processo de torneamento, explorar as relações entre essas variáveis e propor uma redução de dimensionalidade no conjunto de dados, mantendo suas propriedades e garantindo a robustez das análises.

## 2. Revisão da literatura

### 2.1. Características do processo de torneamento a seco

O torneamento a seco é uma técnica amplamente utilizada na indústria metal mecânica, constituindo uma alternativa viável ao uso de fluidos de corte. Ao optar pelo torneamento a seco, evita-se o uso de refrigerantes e fluidos lubrificantes, resultando em uma gama de características diferentes do torneamento convencional (VIEIRA; VIANA, 2021). Este processo considera diversos fatores que podem afetar a qualidade do produto final, sendo os principais parâmetros de usinagem descritos na Figura 1.

Figura 1 - Velocidades e Direção dos movimentos efetivos de corte, de avanço e efetivo no torneamento



Fonte: Novaes; Souza (2009).

Nessa linha, um dos principais pontos durante o processo de torneamento é a leitura e controle dos parâmetros envolvidos no processo. Fatores de monitoramento ao longo da operação, como vida útil da ferramenta, nível de ruído, temperatura e profundidade de corte, desempenham um papel fundamental na garantia da qualidade e eficiência do processo. Esses fatores são os principais indicadores de desempenho do processo de usinagem e seu monitoramento contínuo ajuda a detectar desvios, tendências indesejáveis e possíveis problemas antes que os afetem negativamente (HU *et al.*, 2019).

Um exemplo de um desses fatores é a vida útil da ferramenta é um fator importante que afeta diretamente a produtividade e os custos de produção. O rastreamento dessa variável ajuda a determinar o momento ideal para trocar as ferramentas, evitar paradas não planejadas e maximizar a eficiência do processo. Da mesma forma, nível de ruído, temperatura e profundidade de corte são importantes indicadores de desempenho e segurança. Ao monitorar esses fatores, pode-se garantir que os padrões de qualidade sejam atendidos, evitar danos à ferramenta e garantir um ambiente de trabalho seguro (ASSIS; LIMA, 2021).

Uma das principais vantagens do torneamento a seco é a redução significativa dos custos operacionais e do impacto ambiental. A ausência de fluido de corte elimina a necessidade de

sistemas complexos de tratamento e filtragem de resíduos, o que simplifica o processo de usinagem. Além disso, a economia de recursos hídricos também é motivo de preocupação.

No entanto, o torneamento a seco apresenta desafios que devem ser superados. A falta de lubrificação e resfriamento adequados pode aumentar as temperaturas de corte, o que pode levar ao desgaste excessivo da ferramenta e redução da vida útil da ferramenta. Além disso, a falta de lubrificante pode levar ao aumento do atrito entre a ferramenta e a peça, gerando mais calor e aumentando o risco de empenamento da peça (BAGABER; YUSOFF, 2019).

Para lidar com esses desafios, vários métodos podem ser implementados. A seleção de materiais de ferramentas altamente resistentes ao calor e ao desgaste é essencial para garantir maior vida útil da ferramenta. Além disso, usar a geometria adequada da ferramenta e otimizar a velocidade de corte pode ajudar a controlar as temperaturas de corte e minimizar o desgaste. O monitoramento contínuo da temperatura de corte também desempenha um papel importante na garantia de resultados de qualidade (VIEIRA; VIANA, 2021).

### **2.3. Análise estatística multivariada aplicada ao processo de usinagem**

A análise estatística multivariada é uma ferramenta poderosa e amplamente utilizada na indústria para analisar e entender os processos de usinagem. Permite o estudo simultâneo de diversas variáveis envolvidas no processo, fornecendo informações valiosas sobre a interação e influência dessas variáveis (LIU *et al.*, 2021).

Ao aplicar a análise estatística multivariada ao processo de usinagem, é possível identificar as variáveis mais importantes e entender como elas se relacionam. Isso ajuda a otimizar o processo determinando configurações ideais para variáveis de controle, como velocidade de corte, avanço e profundidade de corte (GAUDÊNCIO *et al.*, 2019).

Uma das principais técnicas utilizadas na análise estatística multivariada em processos de torneamento é a análise de componentes principais (PCA). Esta técnica permite reduzir o tamanho dos dados, agrupando as variáveis em componentes principais que captam a maior parte da variabilidade dos dados. Isso facilita a interpretação e visualização dos resultados, assim como ajuda a identificar padrões e relações entre as variáveis (CAMPOS *et al.*, 2017).

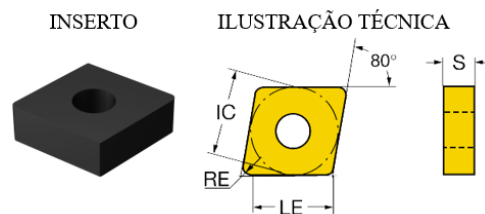
Além do PCA, outras técnicas estatísticas multivariadas, como análise de cluster, análise discriminante e análise de regressão multivariada, podem ser aplicadas para obter informações sobre o processo de usinagem e identificar fatores que contribuem para as críticas que afetam a qualidade e a eficiência do processo. A análise estatística multivariada aplicada ao processo de usinagem permite uma abordagem mais holística e que considera as interdependências das variáveis e seu impacto geral no resultado final. Com essa abordagem, as empresas podem

tomar decisões mais informadas e estratégicas, promovendo eficiência e competitividade na indústria metalomecânica (MOHANRAJ *et al.*, 2020).

### 3. Materiais e Métodos

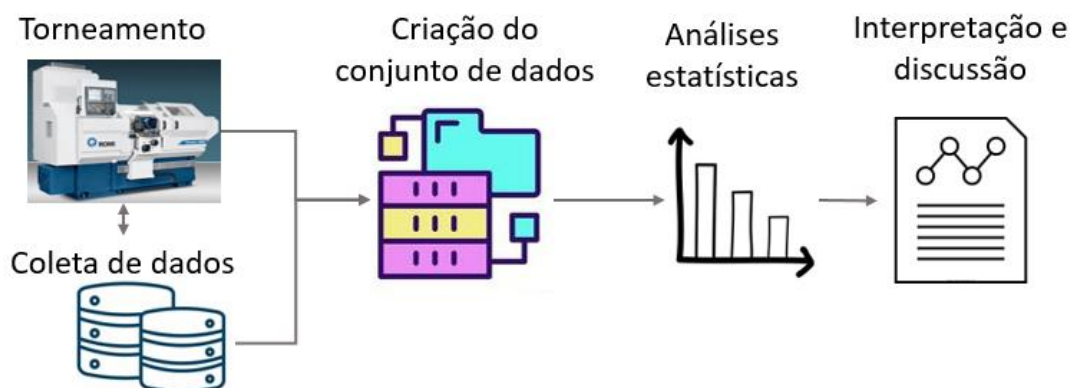
Neste estudo, o material utilizado no processo de usinagem foi o aço ABNT H13 e a pastilha CC650W ilustrada na Figura 2. Possuem cromo, molibdênio ou tungstênio como elemento de liga principal. Esses aços possuem uma boa resistência ao amolecimento pelo calor devido ao seu médio teor de cromo e a adição de elementos de liga como molibdênio, tungstênio e vanádio que são formadores de carbonetos de maior dureza e estabilidade térmica.

Figura 2 – Inserto utilizado no torneamento do aço ABNT H13.



As variáveis de controle adotadas para esse procedimento foram velocidade de corte ( $V_c$ ), avanço ( $f$ ) e profundidade de usinagem ( $a_p$ ). O sequenciamento dos experimentos foi planejado seguindo de um arranjo composto central (CCD), criado para três parâmetros em dois níveis ( $2k = 2^3 = 8$ ), seis pontos axiais ( $2k = 6$ ) e cinco pontos centrais ( $cp = 5$ ), o que resultou em 19 experimentos. As respostas analisadas incluíram o custo total de usinagem ( $K_p$ ), tempo total de usinagem ( $T_t$ ), tempo de corte ( $T_c$ ), vida da ferramenta ( $T$ ), temperatura de corte ( $T_p^\circ$ ), ruído do processo ( $RD$ ), taxa de volume de cavaco removido ( $MRR$ ), força de usinagem ( $Fr$ ), rugosidades ( $R_a$ ,  $R_t$ ) e energia específica de corte ( $EEC$ ). A sequências das operações podem ser verificadas na Figura 3.

Figura 3 – Esquematização do processo metodológico utilizado nesse estudo.



Depois de concluir o experimento de usinagem, foi obtido um conjunto de dados abrangente para avaliar o processo. Com base neste conjunto de dados, métodos estatísticos foram aplicados para análise detalhada.

Uma das técnicas utilizadas foi a verificação das correlações entre as variáveis permitiu identificar possíveis relações e dependências entre as variáveis. A análise de correlação ajuda a entender como diferentes variáveis de processo afetam umas às outras. Aplicou-se a análise de componentes principais (PCA) para reduzir a dimensionalidade do conjunto de dados, preservando propriedades importantes. Essa técnica permite identificar as principais tendências e padrões em seus dados, tornando-os mais fáceis de entender visualmente. Além disso, elipses de confiança com intervalos de confiança de 95% foram usadas para plotar a incerteza associada aos dados. Essas elipses fornecem uma visão geral das áreas onde os dados estão mais concentrados e ajudam a identificar possíveis discrepâncias.

Esses métodos estatísticos foram usados para obter uma visão abrangente do processo de usinagem, examinando vários aspectos dos dados para fornecer informações valiosas para otimização e compreensão do processo.

#### 4. Resultado e Discussão

A partir do método proposto, determinou-se a realização de 19 testes com diferentes parâmetros de usinagem, ou seja, cada teste apresentou um valor singular de  $V_c$ ,  $f$  e  $ap$ . Dessa forma, cada teste resulta em valores particulares das variáveis analisadas. Essas informações podem ser verificadas na Tabela 1, onde mostra-se os testes realizados e valor de cada variável medida durante o processo de usinagem do aço ABNT H13.

Tabela 1 – Dados coletados a partir do torneamento do aço ABNT H13

Testes	$V_c$ (m/min)	$f$ (mm/ver)	$ap$ (mm)	$T$	$T_c$	$T_t$	$K_p$	$R_a$	$R_t$	$Fr$	$MRR$	$EEC$	$T$ (°C)	$SPL$
0	100	0,1	0,15	61,00	1,57	2,32	2,42	0,45	2,78	344,23	1,500	1,25100	485,67	70,43
1	225	0,1	0,15	32,25	0,69	1,41	1,49	0,54	3,63	240,57	3,375	1,96020	648,77	92,44
2	100	0,22	0,15	50,50	0,69	1,47	1,87	0,98	4,58	438,47	3,300	4,48840	465,48	85,67
3	225	0,22	0,15	30,00	0,31	1,03	1,22	1,22	5,15	246,54	7,425	6,28300	632,87	97,55
4	100	0,1	0,33	62,25	1,57	2,39	2,93	0,55	3,64	448,59	3,300	2,00200	476,53	78,75
5	225	0,1	0,33	28,50	0,69	1,45	1,72	0,62	3,76	248,68	7,425	2,33120	551,23	96,87
6	100	0,22	0,33	50,50	0,69	1,53	2,24	0,93	4,78	461,43	7,260	4,44540	486,72	80,53
7	225	0,22	0,33	27,50	0,31	1,02	1,10	0,89	4,18	250,93	16,335	3,72020	582,54	94,68
8	57,39	0,16	0,24	58,00	1,68	2,52	3,09	0,67	3,85	493,54	2,204	2,57950	420,86	85,62
9	267,61	0,16	0,24	23,50	0,36	1,07	1,15	1,16	4,92	228,39	10,276	5,70720	521,23	91,69
10	162,5	0,05	0,24	37,50	1,68	2,46	2,70	0,31	1,87	330,49	1,950	0,57970	493,64	88,66

11	162,5	0,26	0,24	40,00	0,36	1,1	1,39	1,25	5,22	365,23	10,140	6,52500	532,86	87,37
12	162,5	0,16	0,09	49,50	0,59	1,31	1,42	0,91	4,56	335,93	2,340	4,14960	549,87	88,32
13	162,5	0,16	0,39	46,00	0,59	1,37	1,81	0,72	3,10	369,38	10,140	2,23200	560,98	86,86
14	162,5	0,16	0,24	42,00	0,59	1,37	1,81	0,31	1,64	341,43	6,240	0,50840	493,75	88,77
15	162,5	0,16	0,24	42,50	0,59	1,37	1,79	0,32	1,87	338,76	6,240	0,59840	463,65	86,64
16	162,5	0,16	0,24	41,50	0,59	1,37	1,83	0,35	1,89	339,28	6,240	0,66150	467,83	87,91
17	162,5	0,16	0,24	42,00	0,59	1,37	1,79	0,32	1,86	340,55	6,240	0,59520	461,45	86,82
18	162,5	0,16	0,24	43,00	0,59	1,37	1,77	0,34	1,87	337,23	6,240	0,63580	465,66	86,81

Fonte: Adaptado de Campos (2015).

A partir da realização dos testes e das informações coletadas e expostas na Tabela 1, o primeiro ponto foi observar as estatísticas do conjunto de dados gerados, observando aspectos como média e desvio padrão. Vale destacar ainda que estas estatísticas dependem diretamente do protocolo de coleta dessas informações, uma vez que dados mal coletados podem afetar as análises. Dessa forma, as estatísticas para cada uma das variáveis podem ser observadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Estatística obtidas a partir do processo de torneamento ABNT H13

	<i>T</i>	<i>Tc</i>	<i>Tt</i>	<i>Kp</i>	<i>Ra</i>	<i>Rt</i>	<i>Fr</i>	<i>MRR</i>	<i>EEC</i>	<i>T (°C)</i>	<i>SPL</i>
mean	42,53	0,78	1,54	1,87	0,68	3,43	342,09	6,219	2,70	513,77	87,49
std	11,15	0,47	0,49	0,57	0,33	1,28	77,71	3,729	2,05	60,94	6,29
min	23,50	0,31	1,02	1,10	0,31	1,64	228,39	420,86	0,51	420,86	70,43
25%	34,88	0,59	1,34	1,46	0,35	1,88	290,71	466,745	0,65	466,75	86,16
50%	42,00	0,59	1,37	1,79	0,62	3,64	339,28	493,64	2,23	493,64	87,37
75%	50,00	0,69	1,50	2,06	0,92	4,57	367,31	550,55	4,30	550,55	90,23
max	62,25	1,68	2,52	3,09	1,25	5,22	493,54	648,77	6,52	648,77	97,55

A análise estatística dos dados fornece informações valiosas sobre as principais características das variáveis analisadas. Ao examinar as medidas de média e desvio padrão, é possível entender a tendência central e a dispersão dos valores em torno da média. A observação dos valores médios das variáveis revela algumas tendências. Por exemplo, a variável 'T' tem um valor médio de 42,53, que indica o valor médio da temperatura. A variável 'Fr' tem média de 342,09, sugerindo que está relacionada a taxa ou frequência. Além disso, a variável 'T (°C)' tem média de 513,77 e dá a temperatura em graus Celsius.

O desvio padrão fornece informações sobre a dispersão dos valores em torno da média. Uma variável com alto desvio padrão, por exemplo, um 'Fr' de 77,71, mostra uma grande dispersão de valores em torno da média, indicando grandes variações nas taxas ou frequências. Por outro lado, variáveis com pequenos desvios padrão, como Ra de 0,33, indicam valores mais próximos da média e variação mais limitada.

No entanto, é importante enfatizar que a análise estatística por si só não pode interpretar completamente os dados. É importante considerar o contexto e o significado das variáveis em questão. Além disso, é recomendável realizar análises adicionais, como gráficos e testes estatísticos, para obter uma visão mais profunda das relações e padrões existentes nos dados. Além disso, uma análise adicional importante é a avaliação da correlação entre as variáveis. Neste estudo, utilizou-se o coeficiente de correlação de Pearson. Esse teste visa determinar a direção, seja positiva ou negativa, e a intensidade da associação entre o par de variáveis em análise. Os resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Análise de correlação de Pearson entre as variáveis do processo de torneamento do aço AISI H13.

	<i>T</i>	<i>Tc</i>	<i>Tt</i>	<i>Kp</i>	<i>Ra</i>	<i>Rt</i>	<i>Fr</i>	<i>MRR</i>	<i>EEC</i>	<i>T (°C)</i>	<i>SPL</i>
<i>T</i>	1,00										
<i>Tc</i>	0,65	1,00									
<i>Tt</i>	0,67	1,00	1,00								
<i>Kp</i>	0,75	0,93	0,95	1,00							
<i>Ra</i>	-0,25	-0,42	-0,43	-0,45	1,00						
<i>Rt</i>	-0,14	-0,26	-0,27	-0,31	0,95	1,00					
<i>Fr</i>	0,86	0,51	0,56	0,74	-0,09	-0,02	1,00				
<i>MRR</i>	-0,61	-0,70	-0,69	-0,64	0,41	0,26	-0,41	1,00			
<i>EEC</i>	-0,74	-0,66	-0,67	-0,70	0,41	0,29	-0,61	0,95	1,00		
<i>T(°C)</i>	-0,60	-0,46	-0,50	-0,64	0,43	0,44	-0,70	0,36	0,46	1,00	
<i>SPL</i>	-0,86	-0,59	-0,60	-0,63	0,28	0,20	-0,66	0,47	0,59	0,59	1,00

Uma matriz de correlação fornece informações sobre as relações entre as variáveis. As variáveis de temperatura (*T*, *Tc*, *Tt*, *T(°C)*) são negativamente correlacionadas, sugerindo que as variáveis relacionadas tendem a aumentar à medida que a temperatura diminui. *T (°C)* também tem uma correlação positiva com *SPL* (0,59), indicando que quanto menor a temperatura, maior o nível de pressão sonora.

*Kp* (condutividade térmica) está positivamente correlacionada com todas as variáveis de temperatura e significativamente correlacionada positivamente com *Fr* (0,74), indicando uma relação direta com a taxa de alimentação. *Ra* (rugosidade média) e *Rt* (rugosidade total) estão negativamente correlacionados com as variáveis de temperatura, sugerindo uma diminuição da temperatura à medida que a rugosidade aumenta. *Rt* também está ligeiramente correlacionado negativamente com *Fr* (-0,02).

*Fr* está fortemente correlacionado positivamente com *Kp*, mas negativamente correlacionado com outras variáveis como *MRR*, *EEC*, *T (°C)* e *SPL*. *MRR* (Taxa de Remoção de Material) e *EEC* (Coeficiente de Eficiência Energética) apresentam correlações negativas com a maioria das variáveis, sugerindo que valores altos dessas variáveis correspondem a valores baixos de outras variáveis.

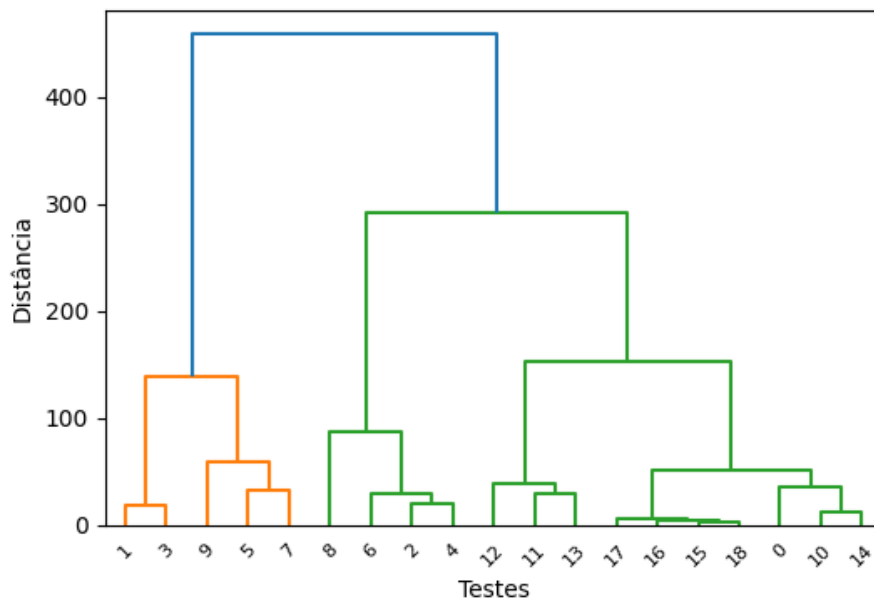


O SPL (nível de pressão sonora) apresentou uma correlação negativa significativa (-0,66) com Fr, com temperaturas e taxas de alimentação mais baixas associadas a níveis de pressão sonora mais altos.

As matrizes de correlação fornecem informações sobre as relações entre as variáveis. Essas informações ajudarão em análises e tomadas de decisão adicionais em áreas relacionadas, esclarecendo os efeitos da temperatura no nível de pressão sonora, rugosidade da superfície, taxa de alimentação, taxa de remoção de material e eficiência energética. Uma correlação positiva entre Kp e a variável temperatura e entre Fr e Kp indica uma relação direta, e uma correlação negativa indica uma relação inversa com a variável temperatura.

Nessa linha, outro teste feito foi a análise hierarquia, conhecida como análise de *cluster*. A análise hierárquica é usada para agrupar observações semelhantes com base em suas características ou atributos. O objetivo é identificar grupos ou clusters de observações que são mais semelhantes entre si do que com outras observações. O resultado desse teste pode ser verificado na Figura 4.

Figura 4 – Análise de hierarquia de agrupamento



A análise de agrupamento foi feita com base nos testes realizados. Os testes 1 e 3 e os testes 5 e 7 estão próximos entre si, sugerindo alta similaridade de resultados. Além disso, os testes 5, 7 e 9 formam um grupo consistente, indicando características comuns entre eles. Outro grupo distinto são os testes 1, 3, 5, 7 e 9, que estão mais distantes dos demais. Esses testes têm diferenças significativas em comparação com outros testes. Há similaridade moderada entre os testes 2 e 4 e entre os testes 11 e 13. O teste 6 tem características semelhantes aos testes 2 e 4,

e o teste 12 é semelhante aos testes 11 e 13. Os testes 8, 6 e 4 formam um grupo mais distante dos demais testes, apresentando nítidas diferenças em relação aos demais. Os testes 17, 16, 15 e 18 mostram relações próximas entre si e com os testes 10 e 14, sugerindo características comuns.

Uma distância máxima separa o grupo formado pelos testes 1, 3, 5, 7 e 9 dos demais, indicando que esses grupos possuem características bem distintas. Em resumo, o dendrograma mostra a estrutura de similaridades entre os testes, revelando agrupamentos distintos e diferenças significativas entre eles. Essas informações ajudam a entender as relações entre os testes e a identificar padrões e características relevantes relacionados aos dados que estão sendo analisados.

Avançando com as análises e considerando que a grande maioria das variáveis coletadas durante a usinagem estão correlacionadas em alguma medida, determinou-se a seleção de 4 pares para a realização do estudo de Principal componente (PCA), sendo estas: ('T', 'SPL'), ('Tc', 'Tt'), ('Ra', 'MRR') e ('Fr', 'Kp').

Nessa linha, a análise de PCA segue os seguintes passos apresentados pelas próximas equações, iniciando-se pela Equação 1.

$$Var[f(x)] = \sum_{i=1}^p \left[ \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \right]^2 \sigma_{x_1}^2 + \left[ \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} \right]^2 \sigma_{x_2}^2 + 2 \left[ \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} \right] \sigma_{x_1 x_2} \quad (1)$$

A Equação 1 de variância mostra que a variância total da função  $f(x)$  é calculada como a soma das variâncias das variáveis correspondentes aos termos quadrados das derivadas parciais multiplicado por um termo que representa a covariância entre as variáveis. Em seguida, calcula-se a variância de uma função de duas variáveis  $x_1$  e  $x_2$ , descrito pela Equação 2

$$Var[f(x)] = a^2 \sigma^2 x_1 + b^2 \sigma^2 x_2 + 2ab \sigma x_1 x_2 = l_1^T \Sigma l_1 \quad (2)$$

A variância é uma medida de dispersão que indica o quão distantes os valores da função estão da sua média.

$$Var[f(x)] = [a \ b] \begin{bmatrix} \sigma^2 x_1 & \sigma x_1 x_2 \\ \sigma x_1 x_2 & \sigma^2 x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = l_1^T \Sigma l_1 \quad (3)$$

Onde:

$$\begin{aligned} l_1^T &= [a \ b] \\ l_2^T &= [c \ d] \end{aligned} \tag{4}$$

A variância da correlação  $l_1^T x$  é igual a  $l_1^T \Sigma l_1$  e a covariância entre  $l_1^T x$  e  $l_2^T x$  é dada por  $l_2^T \Sigma l_1$

Logo, o principal componente pode ser obtido pela Equação abaixo

$$\begin{cases} Var [l_1^T x] = \lambda_1 \\ s. t: g_1 = l_1^T l_1 = 1 \end{cases} \quad \text{PCA: 1}^\circ \text{ Principal componente}$$

$$\begin{cases} Var [l_2^T x] = \lambda_2 \\ s. t: g_1 = l_2^T l_2 = 1 \\ g_2 = Cov(l_1^T, l_2^T) = 0 \end{cases} \quad \text{PCA: 2}^\circ \text{ Principal componente}$$

$$\tag{5}$$

Onde  $\lambda_1$  representa o autovalor correspondente ao primeiro componente principal, como uma restrição  $g_1$  que representa a norma do vetor  $l_1$ . Similarmente, a variância do segundo componente principal determina  $\lambda_2$  que representa o autovalor correspondente ao segundo componente principal com uma restrição  $g_1$  e  $g_2$  como mostra a Equação acima. Nessa linha, foram obtidos os seguintes valores de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  expostos na Tabela 4.

Tabela 4 – Autovalores obtidos a partir do PCA

	Par (T;SPL)	Par (Tc;Tt)	Par (Ra; MRR)	Par (Fr; Kp)
$\lambda_1$	155,676	0,459	13,925	6039,765
$\lambda_2$	8,197	0,0005	0,090	0,149

Considerando os pares de variáveis selecionados [PC1 = T; SPL], [PC2 = Tc; Tt], [PC3 = Ra; MRR] e [PC4 = Fr; Kp], foi aplicada a análise de componentes principais utilizando as equações mencionadas. O objetivo foi determinar a quantidade de informação contida no primeiro e no segundo componente. Os resultados dessa análise estão apresentados na Tabela 5.

Com base nos percentuais explicativos do primeiro e segundo componentes principais (PCAs) nos pares de variáveis analisadas, podem ser feitas as seguintes observações. Para PC1, o primeiro componente principal explica 94,99% da variabilidade total dos dados, e o segundo componente principal explica 5,001%. Isso indica que a maior parte da variância é capturada pelo primeiro componente, sugerindo um padrão ou forte relação entre 'T' e 'SPL'. Esta descrição avançada permite usar o primeiro componente como uma representação reduzida da variável original.

Tabela 5 – Análise de PCA para as variáveis selecionadas.

PC1		PC2		PC3		PC4	
1ºPrincipal componente	2ºPrincipal componente	1ºPrincipal componente	2ºPrincipal componente	1ºPrincipal componente	2ºPrincipal componente	1ºPrincipal componente	2ºPrincipal componente
24,2599	6,6275	1,1114	-0,0382	-4,7245	-0,0553	2,1461	0,5378
-11,3992	0,3480	-0,1544	-0,0295	-2,8475	-0,0331	-101,5174	0,1715
7,9169	-2,0567	-0,1110	0,0119	-2,9066	0,4094	96,3817	-0,5247
-15,7514	-3,1496	-0,6917	-0,0167	1,2244	0,5004	-95,5490	-0,1309
21,5339	-1,3321	1,1621	0,0101	-2,9221	-0,0204	106,5073	0,4803
-16,7691	-1,8547	-0,1255	-0,0019	1,2027	-0,0993	-93,4063	0,3574
10,2862	2,5046	-0,0676	0,0533	1,0490	0,2165	119,3434	-0,2795
-16,6470	0,5497	-0,6989	-0,0236	10,1167	-0,1510	-91,1597	-0,2748
14,5956	-5,4696	1,3321	0,0202	-4,0133	0,1391	151,4576	0,3959
-18,8184	5,0470	-0,6282	-0,0253	4,0716	0,3375	-113,6991	-0,1022
-4,9978	1,2824	1,2887	-0,0212	-4,2799	-0,2115	-11,5922	0,8925
-2,1846	1,2748	-0,6065	-0,0046	3,9387	0,4324	23,1402	-0,6064
5,8079	-3,9474	-0,2958	-0,0261	-3,8685	0,3741	-6,1592	-0,4170
3,3750	-1,0384	-0,2524	0,0153	3,9196	-0,0973	27,2924	-0,2089
-1,0552	-0,8895	-0,2524	0,0153	0,0073	-0,3663	-0,6572	-0,0570
0,3704	0,7702	-0,2524	0,0153	0,0077	-0,3563	-3,3272	-0,0624
-1,1024	0,1041	-0,2524	0,0153	0,0088	-0,3263	-2,8070	-0,0253
-0,1563	0,8409	-0,2524	0,0153	0,0077	-0,3563	-1,5373	-0,0722
0,7358	0,3888	-0,2524	0,0153	0,0084	-0,3363	-4,8573	-0,0741
Percentual de explicação (%)							
94,99	5,001	99,88	0,12	99,99	0,01	99,997	0,003

Para TC2, o primeiro componente principal explica 99,88% da variabilidade total dos dados, enquanto o segundo componente principal explica apenas 0,12%. Isso mostra que o primeiro componente pode explicar quase toda a variação presente nos dados, enquanto o segundo componente representa uma variação mínima. Esta descrição de alto nível permite uma representação simplificada das variáveis 'Tc' e 'Tt'.

Para um par de variáveis PC3, o primeiro componente principal explica 99,99% da variabilidade total dos dados, enquanto o segundo componente principal explica apenas 0,01%. Isso sugere que o primeiro componente é dominante na captura da variabilidade dos dados, enquanto o segundo componente representa uma variabilidade mínima. Portanto, as variáveis "Ra" e "MRR" podem ser efetivamente representadas em uma dimensão.

Para PC4, o primeiro componente principal explica 99,997% da variabilidade total dos dados, enquanto o segundo componente principal explica apenas 0,003%. Isso mostra que o primeiro componente consegue explicar quase toda a variação presente nos dados, enquanto o segundo componente representa pouquíssima variação. Utilizando apenas a primeira componente principal desta forma, a análise das variáveis "Fr" e "Kp" pode ser simplificada.

Em síntese, os resultados mostram que o primeiro componente principal do par de variáveis analisado possui alto grau de poder explicativo. Isso mostra que esses componentes podem capturar a maior parte da variabilidade dos dados e simplificar a apresentação das variáveis originais. Essa redução de dimensionalidade facilita a interpretação dos dados e permite a identificação de padrões-chave e relacionamentos fortes entre variáveis. O PCA é uma técnica valiosa para analisar dados multivariados, fornecendo informações sobre estruturas subjacentes e fatores-chave que influenciam as variáveis analisadas.

Mesmo que neste caso o conjunto de dados seja relativamente pequeno, esse procedimento indica que essa operação pode ser feita para grandes conjuntos de dados, facilitando as análises estatísticas, por exemplo, o que facilita a identificação de padrões no processo de torneamento. Uma última

Até o momento ilustrou-se como o PCA é calculado e obtido para pares de variáveis, expondo o passo a passo do processo. Contudo, outra possibilidade é o uso de ferramentas avançadas que permitem realizar esta análise de forma rápida e eficiente. Usando o Minitab pode-se extrair todos os componentes principais, seus autovalores e a proporção de informação que cada componente possui. Essa análise pode ser vista na Tabela 6.

Tabela 6 – Análise de componente principal para o processo de torneamento do aço AISI H13 feita com o programa Minitab.

<b>Autovetores</b>											
Variáveis	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	PC8	PC9	PC10	PC11
T	-0,336	-0,237	0,19	-0,194	-0,271	-0,3	-0,709	0,103	-0,259	0,115	-0,01
Tc	-0,338	-0,015	-0,316	0,419	-0,078	0,111	-0,13	0,205	0,332	0,133	0,636
Tt	-0,346	-0,018	-0,274	0,413	-0,035	0,058	-0,051	0,112	0,174	0,08	-0,761
Kp	-0,362	-0,04	-0,069	0,352	0,157	-0,207	0,294	-0,223	-0,703	-0,158	0,129
Ra	0,209	-0,614	-0,056	0,026	0,097	0,227	0,105	0,652	-0,23	-0,156	-0,013
Rt	0,16	-0,656	-0,192	0,06	0,061	0,134	-0,093	-0,64	0,092	0,234	0,01
Fr	-0,293	-0,321	0,361	-0,035	0,318	-0,484	0,222	0,016	0,477	-0,259	0,009
MRR	0,303	-0,02	0,445	0,451	-0,164	-0,263	0,163	0,125	-0,04	0,605	-0,003
EEC	0,33	0,027	0,242	0,518	-0,166	0,048	-0,343	-0,146	0,058	-0,626	0,003
T (°C)	0,276	-0,063	-0,533	-0,064	-0,449	-0,616	0,163	0,047	0,047	-0,141	-0,002
SPL	0,302	0,159	-0,27	0,104	0,724	-0,312	-0,389	0,099	-0,053	0,117	-0,003
<b>Análise de Autovalores da Matriz de Correlação</b>											
Autovalor	6,6546	1,7866	1,0672	0,7156	0,4385	0,236	0,0554	0,0304	0,0108	0,0047	0
Proporção	0,605	0,162	0,097	0,065	0,04	0,021	0,005	0,003	0,001	0	0
Acumulativo	0,605	0,767	0,864	0,929	0,969	0,991	0,996	0,999	1	1	1

Neste caso, pode-se observar que o PC1 explica a maior parte da variação dos dados (60.5%), seguido pelo PC2 (16.2%) e PC3 (9.7%). Juntos, os três primeiros PCs explicam cerca de 86.4%

da variação total. A proporção acumulativa continua a aumentar até chegar a 100% no último PC. Essa proporção acumulativa indica que a maioria da variação dos dados pode ser capturada por esses três componentes principais., possibilitando análises robustas e eficazes.

## 5. Conclusão

Com base no exposto e considerando o problema de pesquisa relacionado à compreensão de padrões e redução de dimensionalidade em um processo de torneamento em aço AISI H13, constatou-se que as ferramentas de análise multivariada podem contribuir de maneira eficaz nessas tarefas. A utilização da análise de correlação revelou que a maioria das variáveis apresenta algum nível de correlação entre si, porém, de forma geral, essas correlações são negativas. Já na análise de agrupamento hierárquico também proporcionou insights importantes, indicando que 28% dos processos realizados possuem características semelhantes, diferenciando-se claramente do restante.

Na análise de componentes principais (PCA), foi apresentado passo a passo a realização dessa técnica. A partir dos quatro pares de variáveis selecionados, foram gerados quatro componentes principais. Cada componente é gerado pela contribuição do primeiro e do segundo componente, sendo que um deles contém mais informações do que o outro. Isso foi verificado por meio do percentual de explicação de cada componente, demonstrando a possibilidade de substituir seis variáveis por três, mantendo as propriedades dos dados.

Adicionalmente, foi realizada uma análise de PCA usando a ferramenta Minitab, que eficientemente realiza um teste rápido considerando automaticamente a correlação entre os componentes, resultando em um novo conjunto de dados com novas variáveis. Observou-se que, ao considerar todas as variáveis, é possível reduzir o conjunto inicial para apenas três novas variáveis, que retêm aproximadamente 86,4% de toda a informação. Portanto, as técnicas abordadas neste estudo podem ser utilizadas para auxiliar nas análises de otimização do processo de torneamento de maneira eficiente.

## REFERÊNCIAS

ASSIS, Diego Gomes; LIMA, Ramsés Otto Cunha. Monitoramento do desgaste da ferramenta de HSS no processo de torneamento através da potência consumida. **Revista Eletrônica de Engenharia Elétrica e Engenharia Mecânica**, v. 3, n. 2, p. 126-136, 2021.

BAGABER, Salem Abdullah; YUSOFF, Ahmad Razlan. Energy and cost integration for multi-objective optimisation in a sustainable turning process. **Measurement**, v. 136, p. 795-810, 2019.

BISWAS, Shatarupa; SINGH, Yogesh; MUKHERJEE, Manidipto. A Study on Austenitic Stainless-Steel Machining by Wire EDM. **Advances in Materials Processing and Manufacturing Applications: Proceedings of iCADMA 2020**, p. 353-366, 2021.

CAMPOS, Paulo. Henrique Santos *et al.* Multivariate mean square error for the multiobjective optimization of AISI 52100 hardened steel turning with wiper ceramic inserts tool: a comparative study. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 39, p. 4021-4036, 2017.

CAMPOS, Paulo Henrique da Silva. **Metodologia DEA-OTS: uma contribuição para a seleção ótima de ferramentas no torneamento do aço endurecido ABNT H13**. 76 f. 2015. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Itajubá, Minas Gerais, Itajubá 2015.

HU, Luoke *et al.* Optimisation of cutting parameters for improving energy efficiency in machining process. **Robotics and Computer-Integrated Manufacturing**, v. 59, p. 406-416, 2019.

LIU, Junzhao *et al.* Water quality assessment and source identification of the Shuangji River (China) using multivariate statistical methods. **PloS one**, v. 16, n. 1, p. e0245525, 2021.

MOHANRAJ, T. *et al.* Tool condition monitoring techniques in milling process—A review. **Journal of Materials Research and Technology**, v. 9, n. 1, p. 1032-1042, 2020.

NOVAES, Fellipe Biazzi; DE SOUZA, Rafael Agrizzi. **Análise da formação do cavaco no torneamento do alumínio utilizando câmera de alta velocidade**. 85 f. 2009. Trabalho de conclusão de curso (Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2009.

PAGOTTO, Carlos Renato. Medição da temperatura no torneamento convencional a seco do aço abnt 1045 através de câmera termográfica. **South American Development Society Journal**, v. 8, n. 24, p. 131, 2022.

PANWAR, Vishwanath *et al.* Experimental investigations and optimization of surface roughness in turning of en 36 alloy steel using response surface methodology and genetic algorithm. **materials today: proceedings**, v. 46, p. 6474-6481, 2021.

SALES, Wisley F. *et al.* A review of surface integrity in machining of hardened steels. **Journal of Manufacturing Processes**, v. 58, p. 136-162, 2020.

VIEIRA, Luiz Eduardo Rodrigues; VIANA, Rhander. Efeito da textura superficial em insertos de metal duro revestidos de TiAlN e Mínima Quantidade de Lubrificação no torneamento do aço SAE 4340. **Revista Brasileira de Ciência, Tecnologia e Inovação**, v. 6, n. 2, p. 25-36, 2021.

ZERTI, Abderrahmen *et al.* Prediction of machining performance using RSM and ANN models in hard turning of martensitic stainless steel AISI 420. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science**, v. 233, n. 13, p. 4439-4462, 2019.