

## **ANÁLISE DE VARIÂNCIA MULTIVARIADA (MANOVA) NO PROCESSO DE TORNEAMENTO DO AÇO AISI H13**

**Alex Fernandes de Souza**

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI  
Av. B P S, 1303 - Pinheirinho, Itajubá - MG  
[alex\\_fernandes1989@live.com](mailto:alex_fernandes1989@live.com)

**Paulo Henrique da Silva Campos**

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI  
Av. B P S, 1303 - Pinheirinho, Itajubá - MG  
E-mail: [paulohcampos@unifei.edu.br](mailto:paulohcampos@unifei.edu.br)

**Pedro Paulo Balestrassi**

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI  
Av. B P S, 1303 - Pinheirinho, Itajubá - MG  
[pedro@unifei.edu.br](mailto:pedro@unifei.edu.br)

**Anderson Paulo de Paiva**

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI  
Av. B P S, 1303 - Pinheirinho, Itajubá - MG  
[andersonppaiva@unifei.edu.br](mailto:andersonppaiva@unifei.edu.br)

### **RESUMO**

Este estudo investigou o desempenho de seis ferramentas no processo de torneamento a seco do aço AISI H13. A análise de correlação identificou as variáveis T (Vida) e Kp (custo) como altamente correlacionadas. A análise de variância multivariada para dois fatores (MANOVA Two-Way) mostrou diferenças significativas entre as ferramentas, seus respectivos substratos ( $x_1$ ) e geometrias ( $x_2$ ). A análise das elipses de confiança de 95% confirmou esses padrões, destacando cinco grupos distintos. Os resultados do teste MANOVA Two-Way e as elipses de confiança refletem as variações no desempenho das ferramentas, atribuídas aos fatores avaliados e sua interação quando são consideradas, simultaneamente, as características correlacionadas T e Kp. Isso demonstra a eficácia da análise MANOVA para avaliar o desempenho das ferramentas de usinagem auxiliando na tomada de decisões no processo de torneamento a seco de aços endurecidos.

**PALAVRAS CHAVE. MANOVA, Torneamento, Análise de correlação, elipses de confiança.**

**Tópicos (Introdução, Metodologia, Resultados e discussão, Conclusão, Referências)**

### **ABSTRACT**

This study investigated the performance of six tools in the dry turning process of AISI H13 steel. The correlation analysis identified the variables T (Life) and Kp (Cost) as highly correlated. The multivariate analysis of variance for two factors (MANOVA Two-Way) showed significant differences among the tools, their respective substrates ( $x_1$ ), and geometries ( $x_2$ ). The analysis of 95% confidence ellipses confirmed these patterns, highlighting five distinct groups. The results of the MANOVA Two-Way test and the confidence ellipses reflect the variations in tool performance attributed to the evaluated factors and their interaction when considering the correlated characteristics T and Kp simultaneously. This demonstrates the effectiveness of MANOVA analysis in evaluating the performance of machining tools and aiding decision-making in the dry turning process of hardened steels.

**KEYWORDS. MANOVA. Turning, Correlation analysis, Confidence ellipses.**

## Paper topics (Introduction, Methodology, Results and Discussion, Conclusion, References)

### 1. Introdução

A usinagem do aço AISI H13 é um processo essencial na produção de peças deste material. O AISI H13 é um aço ferramenta comumente utilizado em aplicações que requerem alta resistência ao desgaste e ao calor, como moldes de estampagem a quente e moldes de injeção plástica [Samantaraya e Lakade, 2020]. A usinagem deste material consiste na remoção de material por meio de processos como torneamento, fresamento e retificação para atingir as dimensões e a forma final desejadas. Este processo de usinagem requer ferramentas adequadas, como pastilhas que possam suportar a dureza e tenacidade do aço H13 [Suresh et al., 2021].

Um dos processos de manufatura mais utilizados no aço é o torneamento a seco. O torneamento a seco é um processo complexo, mas que oferece vantagens em termos de eficiência e economia [Torres et al., 2019]. Além disso, o torneamento a seco processa o aço sem o uso de fluidos de corte, como óleos ou emulsões de resfriamento, sendo mais ambientalmente correto [Fountas et al., 2022].

O torneamento a seco no aço AISI H13 requer um controle cuidadoso dos parâmetros de usinagem, como velocidade de corte, avanço e profundidade de corte [Jinpeng et al., 2020]. O maior desafio é gerenciar o aumento de temperatura devido à falta de lubrificação, o que pode levar a problemas como desgaste excessivo da ferramenta e distorção térmica da peça. Portanto, é importante escolher ferramentas de corte adequadas, como pastilhas de metal duro ou cerâmica com alta resistência ao desgaste e dissipação de calor eficiente [Elsadek e Gaafer, 2020].

Entre as ferramentas utilizadas no torneamento, as pastilhas de geometria Wiper se destacam pela sua qualidade no acabamento final, proporcionando uma melhor rugosidade no aço usinado e no processo produtivo. Já as pastilhas convencionais utilizadas no torneamento do aço AISI H13 são versáteis e podem ser usadas para uma variedade de operações de usinagem, desde o desbaste até o acabamento. As formas tradicionais são conhecidas por sua estabilidade e confiabilidade no processamento, contudo, demandam etapas específicas, como por exemplo, uma etapa de acabamento que pode ser evitada ao se utilizar a geometria Wiper [Krishnan e Kumar, 2022].

A seleção adequada da pastilha mais ideal para o processo envolve a realização de diversas análises. Uma abordagem que se destaca nesse contexto é a Análise de Variância Multivariada (MANOVA), que permite avaliar se existem similaridades ou diferenças significativas em processos de usinagem com pastilhas distintas [Saikaew et al., 2020], por exemplo. Essa análise proporciona uma avaliação robusta e confiável, o que facilita a tomada de decisão na escolha da ferramenta mais adequada ao processo em questão [de Almeida et al., 2020].

Nesse contexto, o objetivo deste estudo foi realizar Análise de Variância Multivariada considerando seis pastilhas utilizadas no torneamento do aço H13: a PCBN7025W, PCBN7025, CC6050W, CC6050, CC650W e CC650. O propósito foi verificar se as ferramentas apresentam características semelhantes ou distintas, a fim de auxiliar na tomada de decisão sobre qual tipo de pastilha é mais eficiente para ser utilizada pelas empresas.

### 2. Marco Teórico

A Análise de Variância Multivariada (MANOVA) é um procedimento estatístico utilizado para comparar várias variáveis dependentes simultaneamente [Appolus e Okoçi, 2019]. Ela representa uma extensão da análise univariada de variância (ANOVA), que permite apenas a comparação de uma variável dependente por vez [Hallin et al., 2022]. É uma ferramenta poderosa para testar diferenças entre grupos em múltiplas variáveis dependentes. Por exemplo, um pesquisador pode utilizar a MANOVA para investigar diferenças em ansiedade, depressão e autoestima entre dois grupos de indivíduos. Trata-se de um método estatístico relativamente complexo, onde as variáveis dependentes são independentes umas das outras [Aljobaily, 2020]. Em termos gerais, uma MANOVA One-Way pode ser generalizada através da Equação 1:

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij} \Rightarrow Y = XB + E \quad (1)$$

Os valores de  $B$  podem ser estimados pelo método dos mínimos quadrados ordinários (OLS), tal que:

$$B = (X^T X)^{-1} (X^T Y)$$

Onde  $X$  é a matriz de entrada, cujas colunas representam todos os efeitos que devem ser estimados e,  $Y$ , uma matriz de variáveis de resposta, geralmente com certo nível de correlação.

O modelo linear de MANOVA com dois fatores e sua interação pode ser expresso matematicamente pela Equação 2.

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \delta_{ij} + \varepsilon_{ijk} \Rightarrow Y = XB + E \quad (2)$$

Onde  $B$  é a matriz dos coeficientes e  $E$ , a matriz de erro. Dessa forma:

$$Q(\mu, \alpha, \beta, \delta) = B_0^T X_0^T Y \quad \begin{cases} X_0 : \text{completa} \\ B_0 = (X_0^T X_0)^{-1} X_0^T Y \end{cases}$$

Para se obter a matriz  $H$  relativa à variação “Between” originada pela diferença entre os níveis do vetor de médias relacionada ao fator 1, modifica-se a matriz  $X_0$ , suprimindo-se a(s) coluna(s) referente(s) ao fator analisado. Este procedimento gera uma nova matriz de entrada,  $X_1$ . A matriz  $H$  é então calculada de acordo com o seguinte procedimento:

$$\begin{aligned} H_\alpha &= Q(\alpha | \mu, \beta, \delta) = Q(\mu, \alpha, \beta, \delta) - Q(\mu, \beta, \delta) \\ &= B_0^T X_0^T Y - B_1^T X_1^T Y \quad \begin{cases} X_1 : X_0 \quad (\text{sem } \alpha) \\ B_1 = (X_1^T X_1)^{-1} X_1^T Y \end{cases} \end{aligned}$$

Analogamente, para se obter a matriz  $H$  das somas de quadrados e produtos cruzados (SSCP) relativa aos efeitos  $\beta$  e  $\delta$ , repete-se o procedimento anterior, criando-se novas matrizes de entrada sem as colunas referentes aos termos em questão. Desse modo, pode-se escrever que:

$$\begin{aligned} H_\beta &= Q(\beta | \mu, \alpha, \delta) = Q(\mu, \alpha, \beta, \delta) - Q(\mu, \alpha, \delta) = B_0^T X_0^T Y - B_2^T X_2^T Y \\ &\quad \begin{cases} X_2 : X_0 \quad (\text{sem } \beta) \\ B_2 = (X_2^T X_2)^{-1} X_2^T Y \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_\delta &= Q(\delta | \mu, \alpha, \beta) = Q(\mu, \alpha, \beta, \delta) - Q(\mu, \alpha, \beta) = B_0^T X_0^T Y - B_3^T X_3^T Y \\ &\quad \begin{cases} X_3 : X_0 \quad (\text{sem } \delta) \\ B_3 = (X_3^T X_3)^{-1} X_3^T Y \end{cases} \end{aligned}$$

A saída do teste MANOVA apresenta uma estatística F multivariada e um valor p. A estatística F multivariada informa ao pesquisador se existe uma diferença significativa entre os grupos nas variáveis dependentes. O valor p fornece a probabilidade de obter os resultados

observados por acaso. Se a estatística F multivariada for significativa e o valor p for menor que 0,05, pode-se concluir que existe uma diferença significativa entre os grupos nas variáveis dependentes. Nesse caso, o pesquisador pode realizar testes post hoc para identificar quais grupos apresentam diferenças significativas [Kong e Harrar, 2021].

Entre os principais benefícios da MANOVA, destacam-se sua capacidade de detectar diferenças entre grupos em várias variáveis dependentes simultaneamente. Isso é especialmente útil quando o pesquisador está interessado em múltiplos resultados em um estudo [Sridhar e Charles, 2021]. Além disso, a MANOVA é mais poderosa que a ANOVA univariada quando as variáveis dependentes estão correlacionadas, pois leva em consideração essa correlação ao testar as diferenças entre grupos. Por fim, a MANOVA pode ser utilizada para testar interações entre variáveis independentes e dependentes, fornecendo insights sobre como as variáveis independentes interagem entre si [Ateş et al., 2019].

Existem diversos testes multivariados que podem ser utilizados no contexto da MANOVA. Os mais comuns são o teste de Wilks, o teste de Pillai e o teste de Hotelling. A construção desses testes se deu com base nas equações expostas a seguir, a começar pelo teste de Wilks obtido a partir da Equação 3.

$$\Lambda = \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{E} + \mathbf{H}|} = \prod_{i=1}^s \frac{1}{1 + \lambda_i} \quad (3)$$

$$A_\alpha = \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{E} + \mathbf{H}|} = \frac{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}|}{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_1^T \mathbf{X}_1^T \mathbf{Y}|} = \frac{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}|}{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_1^T \mathbf{X}_1^T \mathbf{Y}|}$$

$$A_\beta = \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{E} + \mathbf{H}|} = \frac{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}|}{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_2^T \mathbf{Y}|} = \frac{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}|}{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_2^T \mathbf{X}_2^T \mathbf{Y}|}$$

$$A_\gamma = \frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{E} + \mathbf{H}|} = \frac{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}|}{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y} + \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_3^T \mathbf{X}_3^T \mathbf{Y}|} = \frac{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_0^T \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}|}{|\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{B}_3^T \mathbf{X}_3^T \mathbf{Y}|}$$

A estatística de teste de Wilks' Lambda ( $\Lambda$ ) é definida como a razão dos determinantes das matrizes de covariância.  $\mathbf{E}$  é a matriz de covariância dentro dos grupos, e  $\mathbf{H}$  é a matriz de covariância entre os grupos. Já a aproximação do valor de F por meio da Equação 4:

$$F = \frac{1 - \Lambda^{1/t}}{\Lambda^{1/t}} \cdot \frac{rt - 2u}{pq} \quad \begin{cases} df_1 = pq \\ df_2 = rt - 2u \end{cases} \quad (4)$$

O teste de Wilks é uma medida estatística que avalia a proporção da variação total em uma variável dependente que pode ser explicada por diferenças entre grupos. Quanto menor o valor do teste de Wilks, maior a evidência de que existe diferença significativa na variável dependente entre os grupos.

O segundo teste utilizado trata-se do teste de Pillai, explicitado nas Equações 3 e 4. Nesse teste calcula-se a porcentagem da variação total da variável dependente devido à diferença entre os grupos. Semelhante ao teste de Wilks, quanto menor a pontuação no teste de Pillai, maior a evidência de diferença significativa entre os grupos. É um dos testes mais robustos disponíveis para a análise de variância multivariada (MANOVA). Seu cálculo é feito considerando a Equação 5.

$$V = \text{tr}[\mathbf{H}(\mathbf{E} + \mathbf{H})^{-1}] = \sum_{i=1}^p \frac{\lambda_i}{1 + \lambda_i} \quad (5)$$

A estatística de teste é conhecida como traço de Pillai (V), que é calculado como o traço (soma dos elementos diagonais) da matriz de produto de Hat (H) e a inversa da matriz somatória total (E + H). No teste de Pillai, o F é calculado a partir da Equação 6.

$$F = \frac{2n + s + 1}{(2m + s + 1)} \cdot \frac{V}{s - V} \quad \begin{cases} df_1 = s(2m + s + 1) \\ df_2 = s(2n + s + 1) \end{cases} \quad (6)$$

E por último, é apresentado o teste de Hotelling. O teste de Hotelling é um teste multivariado que mede a distância média entre as médias dos grupos da variável dependente. Ele fornece uma medida de quanto as médias diferem entre os grupos em termos de variabilidade dentro do grupo. Uma alta pontuação no teste de Hotelling indica uma diferença significativa entre os grupos. Esta estatística é calculada a partir da Equação 7.

$$U = \text{tr}(\mathbf{E}^{-1}\mathbf{H}) = \sum_{i=1}^p \lambda_i \quad (7)$$

A estatística do teste U é calculada como o traço (tr) do produto da matriz da matriz de erro ( $\mathbf{E}^{-1}$ ) e o inverso da matriz de hipóteses ( $\mathbf{H}$ ). O traço da matriz é a soma dos elementos ao longo da diagonal principal. Para o teste de Hotelling, o F é calculado por meio da Equação 8.

$$F = 2(sn + 1) \frac{U}{S^2(2m + s + 1)} \quad \begin{cases} df_1 = s(2m + s + 1) \\ df_2 = 2(sn + 1) \end{cases} \quad (8)$$

Usando esses testes multivariados em combinação, podemos avaliar totalmente as diferenças intergrupos na MANOVA. Eles consideram não apenas a média das variáveis dependentes, mas também a variabilidade e correlações entre as variáveis dependentes. Ao analisar os resultados desses testes, você pode determinar se existem diferenças significativas entre os grupos e quais variáveis contribuem para essas diferenças.

A MANOVA teste diferenças significativas entre os níveis dos fatores estudados mas não é capaz de apontar onde eventuais diferenças se encontram. Neste caso, sugere-se a utilização de elipses de confiança para a média em cada uma das configurações substrato x geometria. A equação da elipse de confiança para a média é dada por:

$$\boldsymbol{\mu}_0 = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\lambda_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{(n-1)p}{n(n-p)} \mathbf{F}_{(p, n-p)}} \\ \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (9)$$

## 2. Metodologia

Foram coletados dados de seis insertos distintos para a realização das análises, com 5 réplicas de cada caso, sendo: PCBN7025W, PCBN7025, CC6050W, CC6050, CC650W e CC650. No total, foram conduzidas 30 operações de torneamento no aço AISI H13 utilizando cada uma das ferramentas.

Para esse procedimento, foram definidas variáveis de controle, como velocidade de corte (Vc) no nível de 162.50 m/min, avanço (f) de 0.16 mm/rotação e profundidade de corte (ap) de 0.24 mm. As respostas analisadas foram o custo total de usinagem (Kp) e a vida útil da ferramenta (T).

Após a coleta e criação dos conjuntos de dados, foi realizada uma análise das estatísticas descritivas com o objetivo de compreender as principais características dos dados obtidos para os seis tipos de ferramenta. Em seguida, foi conduzida uma análise de correlação para determinar as variáveis mais relevantes para o estudo.

Por fim, foi realizada uma análise multivariada de variância (MANOVA) Two-Way para avaliar se as ferramentas apresentam características semelhantes ou distintas, fornecendo informações que auxiliam na tomada de decisão ao selecionar a pastilha mais adequada para o torneamento do aço AISI H13. Para esses testes, foram utilizadas três estatísticas: Wilks, Pillai e Hotelling. Por fim, foram utilizadas elipses de confiança a 95% em associação com a MANOVA Two-Way para tornar as análises mais robustas.

### 3. Resultados e discussão

A partir dos processos de usinagem com as seis ferramentas indicadas, foi obtido o conjunto de dados apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1** – Valores de  $T$  e  $K_p$  obtidos a partir do processo de torneamento a seco para as seis ferramentas.

Ferramenta	Substrato	Geometria	$T$	$K_p$
PCBN7025W	PCBN7025	W	46,50	7,92
PCBN7025W	PCBN7025	W	45,50	7,77
PCBN7025W	PCBN7025	W	47,50	8,09
PCBN7025W	PCBN7025	W	47,00	7,75
PCBN7025W	PCBN7025	W	46,50	7,72
PCBN7025	PCBN7025	C	43,50	3,47
PCBN7025	PCBN7025	C	44,50	3,42
PCBN7025	PCBN7025	C	42,50	3,53
PCBN7025	PCBN7025	C	43,25	3,41
PCBN7025	PCBN7025	C	44,00	3,36
CC6050W	CC6050	W	43,50	1,99
CC6050W	CC6050	W	43,00	1,96
CC6050W	CC6050	W	44,50	2,01
CC6050W	CC6050	W	44,00	1,96
CC6050W	CC6050	W	45,00	1,95
CC6050	CC6050	C	42,00	1,87
CC6050	CC6050	C	41,50	1,85
CC6050	CC6050	C	42,50	1,89
CC6050	CC6050	C	41,00	1,85
CC6050	CC6050	C	42,25	1,83
CC650W	CC650	W	42,00	1,81
CC650W	CC650	W	42,50	1,79
CC650W	CC650	W	41,50	1,83
CC650W	CC650	W	42,00	1,79
CC650W	CC650	W	43,00	1,77
CC650	CC650	C	40,50	1,72
CC650	CC650	C	41,00	1,70
CC650	CC650	C	42,00	1,74
CC650	CC650	C	41,50	1,70
CC650	CC650	C	42,00	1,69

Fonte: Adaptado de Campos (2015).

Com base nos dados apresentados na Tabela 1, foi conduzida uma análise das correlações entre as variáveis para todas as ferramentas. Observou-se uma correlação significativa entre o tempo de vida útil da ferramenta ( $T$ ) e a variável  $K_p$ . Com base nessa observação, decidiu-se



selecionar essas duas variáveis para a realização da análise MANOVA Two-Way. Essa escolha foi feita devido à relação forte entre essas variáveis, o que sugere que elas possam influenciar conjuntamente as diferenças entre os grupos em estudo. A inclusão dessas variáveis na análise MANOVA permitirá uma investigação mais abrangente das diferenças entre as ferramentas em relação ao tempo de vida útil e ao desempenho da variável Kp. Em relação à normalidade dos dados, foi feito um teste de Shapiro-Wilk para ambas as variáveis de cada uma das ferramentas. Esses resultados são apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2** – Teste de normalidade de Shapiro-Wilk para as variáveis T e Kp.

Ferramentas	T_Estatística	T_p-valor	Kp_Estatística	Kp_p-valor
PCBN7025W	0,9556	0,7773	0,8595	0,2264
PCBN7025	0,9917	0,9854	0,9741	0,9011
CC6050W	0,9868	0,9672	0,881	0,314
CC6050	0,957	0,7869	0,9609	0,814
CC650W	0,9609	0,814	0,9609	0,814
CC650	0,902	0,4211	0,9053	0,4399

Com base nos valores p obtidos no teste de Shapiro-Wilk, podemos considerar que os dados para ambas as variáveis, T e Kp, seguem uma distribuição normal para todas as ferramentas testadas.

Outro aspecto relevante para uma análise MANOVA two-way é verificar a homogeneidade das matrizes de variâncias e covariâncias para cada par de variáveis de cada ferramenta. Essas informações podem ser observadas na Tabela 3.

**Tabela 3** – Matrizes de variância e covariância para as variáveis T e Kp.

PCBN7025W	PCBN7025	CC6050W
$\begin{bmatrix} 0,55 & 0,067 \\ 0,067 & 0,239 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,575 & -0,035 \\ -0,035 & 0,004 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,625 & -2,7 * 10^{-17} \\ -2,7 * 10^{-17} & 6,3 * 10^{-4} \end{bmatrix}$
CC6050	CC650W	CC650
$\begin{bmatrix} 0,362 & 0,005 \\ 0,005 & 0,0005 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,325 & 0,012 \\ 0,012 & 0,0005 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,425 & -7,9 * 10^{-20} \\ -7,9 * 10^{-20} & 4 * 10^{-4} \end{bmatrix}$

Com base nos cálculos realizados nas matrizes, conduziu-se um teste de homogeneidade cujos resultados revelam que, para todas as ferramentas e variáveis avaliadas ('T' e 'Kp'), a estatística do teste resultou em 0, enquanto o p-valor foi igual a 1. Esses resultados indicam de maneira consistente que, em todos os cenários examinados, não foram identificadas evidências estatísticas para rejeitar a hipótese nula de homogeneidade nas matrizes de variâncias e covariâncias entre os grupos observados. Simplificando, os dados sugerem que as variâncias e covariâncias das variáveis 'T' e 'Kp' são uniformes em todas as ferramentas de usinagem testadas.

Considerando as diferentes propriedades e desempenho das pastilhas no torneamento do aço H13, torna-se relevante uma análise para investigar se existem diferenças significativas entre as pastilhas em relação a diversas variáveis, justificando, portanto, uma análise MANOVA. Essa análise fornece informações mais robustas e abrangentes para ajudá-lo a fazer escolhas de implementação apropriadas com base em seu desempenho específico e critérios de custo.

Considerando a importância da variável de Custo da Produção (kp) no processo de torneamento e seu impacto direto no tempo de vida útil (T) das ferramentas, o presente estudo enfocou especificamente essas duas variáveis em relação às seis ferramentas investigadas. A análise dos dados revela que a ferramenta PCBN7025W apresenta a maior média para a variável T (tempo de vida útil), indicando um desempenho superior nesse aspecto em comparação com as demais ferramentas. Além disso, a ferramenta PCBN7025W também possui o maior valor médio

para a variável Kp (custo da produção), o que pode ser um indicativo de um maior investimento necessário para utilizar essa ferramenta.

Essa abordagem visa explorar a relação entre o Kp e o desgaste das ferramentas, permitindo uma compreensão mais aprofundada dos fatores que afetam a vida útil das ferramentas e facilitando a seleção apropriada das ferramentas para otimizar o desempenho do processo de torneamento. Além disso, os resultados da análise MANOVA Two-Way são apresentados na Tabela 4, fornecendo informações adicionais sobre as diferenças estatisticamente significativas encontradas.

**Tabela 4 – Resultados para o teste MANOVA Two-Way.**

Variável independente: “Ferramenta”			
<b>Testes Multivariados</b>	Valor	F-value	<i>P-value</i>
Wilks	0,0001	30330,4188	0,000
Pillai	0,9999	30330,4188	0,000
Hotelling	15165,2094	30330,4188	0,000
<b>Ferramenta</b>	Valor	F-value	<i>P-value</i>
Wilks	0,2456	6,1421	0,0293
Pillai	0,7544	6,1421	0,0293
Hotelling	3,0710	6,1421	0,0293
Variável independente: “Substrato” e “Geometria”			
<b>Testes Multivariados</b>	Valor	F-value	<i>P-value</i>
Wilks	0,0011	11846,248	0,000
Pillai	0,9989	11846,248	0,000
Hotelling	947,000	11846,248	0,000
<b>Substrato</b>	Valor	F-value	<i>P-value</i>
Wilks	0,1531	19,446	0,000
Pillai	1,0250	13,666	0,000
Hotelling	4,3685	26,980	0,000
<b>Geometria</b>	Valor	F-value	<i>P-value</i>
Wilks	0,3704	21,512	0,000
Pillai	06296	21,512	0,000
Hotelling	1,700	21,512	0,000

Os resultados do teste MANOVA Two-Way mostram valores para testes multivariados (Wilks, Pillai, Hotelling) e testes univariados para cada variável independente (ferramenta, substrato, geometria). O valor F indica a magnitude da diferença entre os grupos e o valor p indica a significância estatística dessa diferença.

Nos testes multivariados considerando as variáveis T e Kp para as ferramentas de variáveis independentes, observa-se escores muito baixos, próximos de zero para todos os testes (Wilks, Pillai, Hotelling), e sem diferenças estatisticamente significativas entre as ferramentas apresentadas. O valor-p também está próximo de zero, corroborando a evidência estatística dessa diferença.

Os resultados mostram que também existem diferenças estatisticamente significativas para determinados testes univariados de variáveis de ferramentas. O teste de Wilks, Pillai e Hotelling tem um valor p de 0,0293, indicando uma diferença estatisticamente significativa entre os grupos de ferramentas.

Ao analisar as outras variáveis independentes, substrato e geometria, os resultados do teste multivariado também mostram diferenças estatisticamente significativas com valores de p próximos de zero. Isso indica que existe uma relação estatisticamente significativa entre essas variáveis independentes e as variáveis dependentes (T e Kp).

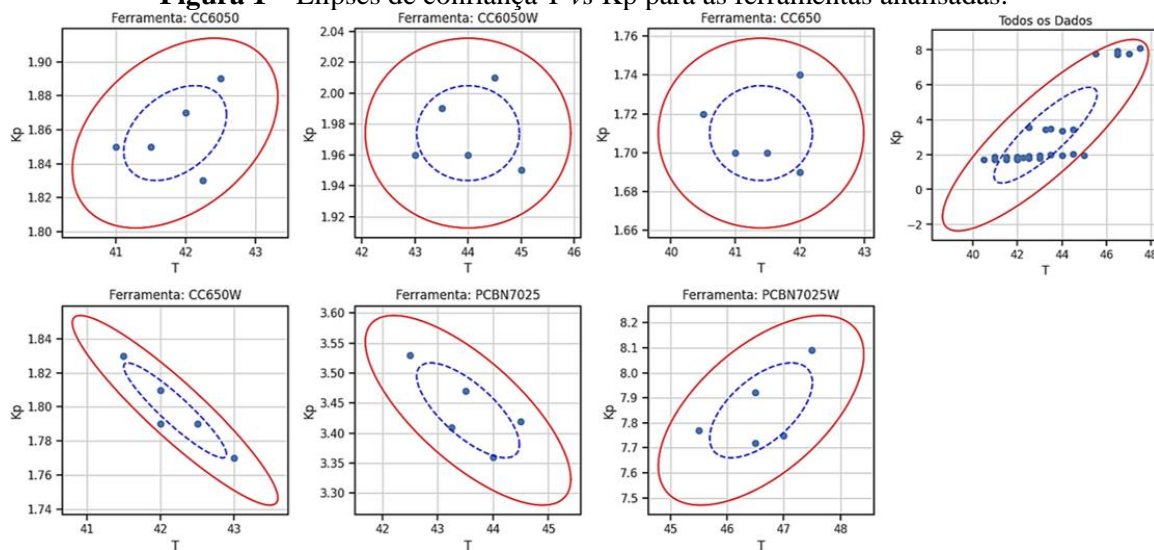
Os resultados dos testes MANOVA sugerem fortemente que a seleção da ferramenta, o substrato utilizado e a geometria têm um impacto significativo nas variáveis T e Kp. Isso indica



que essas características das ferramentas devem ser investigadas e levadas em consideração ao analisar o desempenho do processo de usinagem com base nessas variáveis.

Buscando corroborar ainda mais com as análises, foram geradas elipses de confiança, que é uma ferramenta gráfica que se pode usar para visualizar o comportamento de seus dados em relação às variáveis T e Kp. Elas fornecem informações sobre a distribuição de dados e ajudam a identificar padrões e tendências nos dados. Na Figura 1 pode-se observar as elipses de confiança geradas para as variáveis T e Kp. Cada elipse representa um intervalo de confiança sobre a média dos dados para cada grupo ou categoria. Neste caso, isso pode estar relacionado a diferentes ferramentas utilizadas no processo de edição.

**Figura 1** – Elipses de confiança T vs Kp para as ferramentas analisadas.



Através das elipses de confiança, pode-se observar que nas ferramentas CC6050W e CC6050, que possuem um formato mais esférico, não há uma correlação significativa entre as variáveis analisadas. Isso sugere que essas ferramentas podem ter um desempenho mais consistente e previsível, independentemente das variações nas variáveis T e Kp. Na ferramenta CC650W, os dados apresentam menor variabilidade e uma correlação mais forte entre as variáveis T e Kp. Isso indica que essa ferramenta pode ser mais sensível a alterações nas variáveis e pode ter um desempenho mais influenciado por essas mudanças. É possível observar que os padrões semelhantes nas elipses das ferramentas PCBN7025 e PCBN7025W, onde os dados também mostram menor variabilidade e uma correlação mais forte. Isso sugere que essas ferramentas podem apresentar um desempenho mais consistente e previsível em relação às variáveis T e Kp. Para validar essa informação pode-se observar os dados na Tabela 5 de correlações.

**Tabela 5** – Correlações para os pares de variáveis em cada ferramenta.

Ferramenta	Correlação T vs Kp
CC6050	0,38
CC6050W	0,0
CC650	0,0
CC650W	-0,92
PCBN 7025	-0,72
PCBN 7025W	0,59

A ferramenta CC6050 mostrou uma correlação moderadamente positiva de 0,38 entre T e Kp, indicando uma relação razoável entre essas variáveis. Por outro lado, as ferramentas CC6050W e CC650 não apresentaram correlação significativa entre T e Kp, com um valor de correlação de 0,0. Isso indica a ausência de uma relação linear entre as variáveis nessas ferramentas.

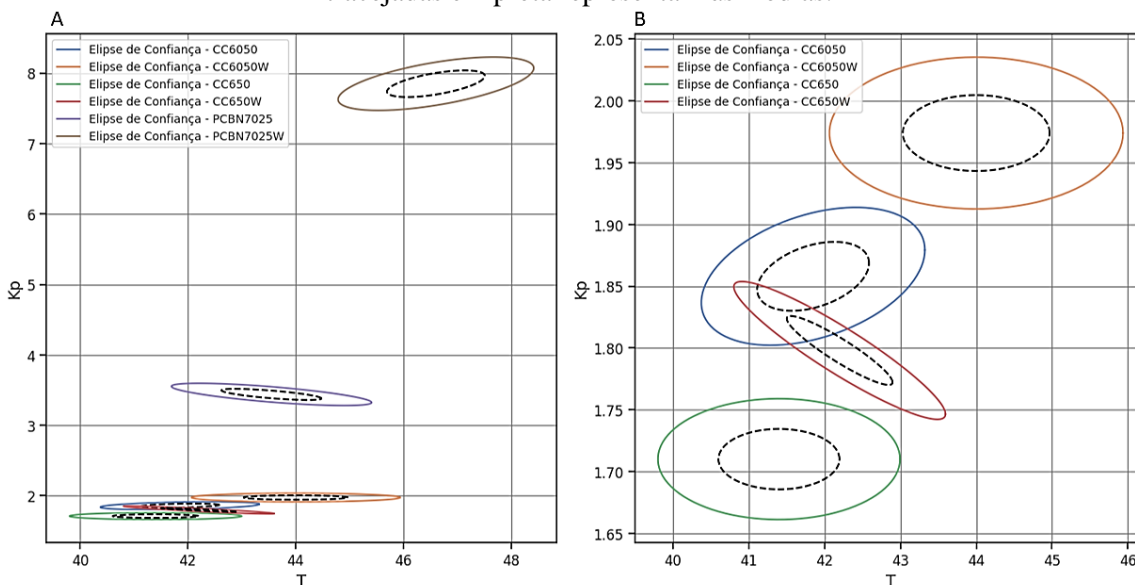
Já a ferramenta CC650W mostra uma forte correlação negativa de -0,92 entre T e Kp, o que significa que existe uma relação inversa entre essas variáveis nessa ferramenta. Isso indica que à medida que uma variável aumenta, a outra tende a diminuir. Por fim, as ferramentas PCBN 7025 e PCBN 7025W mostram correlações negativas elevadas (-0,72) e correlações moderadamente positivas (0,59), respectivamente. Essas correlações sugerem que essas ferramentas possuem uma relação inversa direta entre T e Kp em suas respectivas medidas.

Ao observar os dados de todas as ferramentas em uma única elipse, nota-se que uma maior proporção dos pontos se encontra dentro da elipse de média. Isso indica que a média das variáveis T e Kp para todas as ferramentas está concentrada nessa região. Além disso, alguns pontos estão localizados próximos às bordas da elipse de confiança, o que indica que esses valores estão no limite do intervalo de confiança estabelecido (95%). Isso sugere a existência de variações significativas nos dados, porém ainda estão dentro do intervalo esperado de acordo com a distribuição estatística.

Ao realizar uma análise das elipses, é possível identificar sobreposições entre elas, o que amplia a visão e possibilita a identificação de padrões ou relações entre as diferentes ferramentas em estudo. A Figura 2 apresenta duas sobreposições das elipses correspondentes, permitindo uma análise mais abrangente e revelando possíveis agrupamentos ou informações que não seriam facilmente identificadas ao observá-las de forma isolada. Essa abordagem oferece uma perspectiva mais completa e detalhada do conjunto de dados, auxiliando na compreensão das relações entre as variáveis e no delineamento de possíveis tendências ou associações.

Por meio da análise da Figura 2.A, é possível observar claramente a formação de dois grupos distintos. O primeiro grupo é composto pelas ferramentas CC6050, CC6050W, CC650 e CC650W, as quais estão mais próximas entre si, indicando uma maior similaridade em relação às características das variáveis T e Kp. Essa proximidade sugere uma correlação entre essas variáveis. Por outro lado, as ferramentas PCBN7025 e PCBN7025W estão posicionadas de forma isolada e mais distante do primeiro grupo, formando o segundo grupo.

**Figura 2** – Elipses de confiança sobrepostas. Elipse maior refere-se aos dados. Elipses tracejadas em preta representam às médias.



A ferramenta PCBN7025W apresenta valores mais altos tanto para Kp quanto para T em comparação com as outras ferramentas. Esse comportamento pode ser explicado pela análise MANOVA, que indicou diferenças significativas entre essas ferramentas em relação às variáveis T e Kp. Esse distanciamento observado entre as elipses de confiança reflete as diferenças nas características de desempenho das ferramentas, o que pode ser atribuído a fatores como o tipo de revestimento, geometria e substrato das pastilhas.

Ao analisar a Figura 2B, que é uma ampliação do primeiro grupo de variáveis, é possível observar que as ferramentas são distintas entre si. No entanto, há uma interseção das elipses das ferramentas CC6050 e CC650W, o que indica que existe alguma similaridade entre essas pastilhas.

### 3. Conclusão

Este estudo teve como objetivo avaliar o desempenho de seis ferramentas de usinagem diferentes no processo de torneamento a seco do aço AISI H13. Inicialmente, foi realizada uma análise de correlação, que revelou fortes relações entre a maioria das variáveis para ambas as ferramentas. Essa identificação da correlação foi fundamental para conduzir a análise de variância multivariada (MANOVA) com o intuito de investigar se as ferramentas eram equivalentes em termos de desempenho do processo, considerando as duas variáveis mais relevantes: T e Kp.

Os resultados do teste MANOVA Two-Way revelaram diferenças significativas entre os grupos de ferramentas, substrato e geometria. No caso das variáveis T e Kp para as ferramentas, não foram encontradas diferenças estatisticamente significativas entre elas. Os testes multivariados (Wilks, Pillai, Hotelling) mostraram escores próximos a zero, indicando uma baixa diferença entre os grupos e valores de p também próximos a zero, confirmando a significância estatística dessas diferenças. No entanto, para as outras variáveis independentes (substrato e geometria), os testes multivariados mostraram diferenças estatisticamente significativas, sugerindo uma relação estatística entre essas variáveis e as variáveis dependentes (T e Kp), revelando, portanto que há diferenças estatísticas entre as ferramentas.

Elipses de confiança foram utilizadas para verificar as diferenças entre essas ferramentas. A análise das elipses de confiança revela padrões de correlação e desempenho entre as ferramentas. As ferramentas CC6050W e CC6050 mostram falta de correlação, sugerindo desempenho consistente. A ferramenta CC650W apresenta correlação mais forte e menor variabilidade, assim como as ferramentas PCBN7025 e PCBN7025W. As correlações na confirmam esses padrões. Foram notados dois grupos distintos, com as ferramentas CC6050, CC6050W, CC650 e CC650W próximas e as ferramentas PCBN7025 e PCBN7025W mais afastadas. Os resultados do teste MANOVA Two-Way corroboram essas diferenças. O distanciamento entre as elipses reflete as variações no desempenho das ferramentas devido a fatores como revestimento, geometria e substrato, mostrando a eficiência da análise MANOVA.

### Agradecimento

À CAPES pela bolsa de pesquisa concedida. À Universidade do Aveiro.

### Referências

Aljobaily, H. (2020). *Nonparametric Approach to Multivariate Analysis of Variance (Manova) Using Density-Based Kernel Methods*. University of Northern Colorado.

Appolus, E. E., & Okoli, C. N. (2022). A Robust Comparison Powers of Four Multivariate Analysis of Variance Tests. *European Journal of Statistics and Probability*, 10(1), 11-20.

Ateş, C., Kaymaz, Ö., Kale, H. E., & Tekindal, M. A. (2019). Comparison of test statistics of nonnormal and unbalanced samples for multivariate analysis of variance in terms of type-I error rates. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2019.

Campos, P. H. D. S. (2015). Metodologia DEA-OTS: Uma contribuição para a seleção ótima de ferramentas no Torneamento do Aço ABNT H13 Endurecido. *Dissertação de Doutorado em Engenharia de Produção*, Universidade Federal de Itajubá.

de Almeida, F. A., Leite, R. R., Gomes, G. F., de Freitas Gomes, J. H., & de Paiva, A. P. (2020). Multivariate data quality assessment based on rotated factor scores and confidence ellipsoids. *Decision Support Systems*, 129, 113173.

- Elsadek, A. A., Gaafer, A. M., Mohamed, S. S., & Mohamed, A. A. (2020). Prediction and optimization of cutting temperature on hard-turning of AISI H13 hot work steel. *SN Applied Sciences*, 2, 1-12.
- Fountas, N. A., Papantoniou, I., Kechagias, J., Manolakos, D. E., & Vaxevanidis, N. M. (2022). Implementation of Modern Meta-Heuristic Algorithms for Optimizing Machinability in Dry CNC Finish-Turning of AISI H13 Die Steel Under Annealed and Hardened States. In *Evolutionary Optimization of Material Removal Processes* (pp. 45-59). CRC Press.
- Hallin, M., Hlubinka, D., & Hudecová, Š. (2022). Efficient fully distribution-free center-outward rank tests for multiple-output regression and MANOVA. *Journal of the American Statistical Association*, 1-17.
- Jinpeng, S., Jiaojiao, G., Ahmad, R., & Ming, L. (2020). Cutting performances of TiCN–HfC and TiCN–HfC–WC ceramic tools in dry turning hardened AISI H13. *Advances in Applied Ceramics*, 119(7), 380-386.
- Kong, X., & Harrar, S. W. (2021). High-dimensional MANOVA under weak conditions. *Statistics*, 55(2), 321-349.
- Krishnan, G., & Kumar, J. P. (2022). Machinability and Surface Integrity Characteristics in Hard Turning of High Hardened Steels Using Different Types of Inserts. In *Materials, Design and Manufacturing for Sustainable Environment: Select Proceedings of ICMDMSE 2022* (pp. 257-270). Singapore: Springer Nature Singapore.
- Saikaew, C., Paengchit, P., & Wisitsoraat, A. (2020). Machining performances of TiN+ AlCrN coated WC and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>+ TiC inserts for turning of AISI 4140 steel under dry condition. *Journal of Manufacturing Processes*, 50, 412-420.
- Samantaraya, D., & Lakade, S. (2020, March). Hard Turning Cutting Tool Materials used in Automotive and Bearing Manufacturing Applications—A review. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* (Vol. 814, No. 1, p. 012005). IOP Publishing.
- Sridhar, K., & Charles, A. L. (2021). Multivariate analysis of variance: An advanced chemometric approach to differentiate dose-dependent antioxidant activities of grape (*Vitis labruscana*) skin extracts. *Journal of Food Processing and Preservation*, 45(5), e15447.
- Suresh, R., Joshi, A. G., & Manjaiah, M. (2021). Experimental investigation on tool wear in AISI H13 die steel turning using RSM and ANN methods. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 46(3), 2311-2325.
- Torres, A. F., Miranda, R. P., Paiva, A. P., Campos, P. H., Balestrassi, P. P., & Ferreira, J. R. (2019). Stochastic optimization of AISI 52100 hard turning with six sigma capability constraint. *IEEE Access*, 7, 46288-46294.
- Watanabe, H., Hyodo, M., & Nakagawa, S. (2020). Two-way MANOVA with unequal cell sizes and unequal cell covariance matrices in high-dimensional settings. *Journal of Multivariate Analysis*, 179, 104625.