

ANOVA (Análise de Variância)

Pedro Paulo Balestrassi

www.pedro.unifei.edu.br

ppbalestrassi@gmail.com

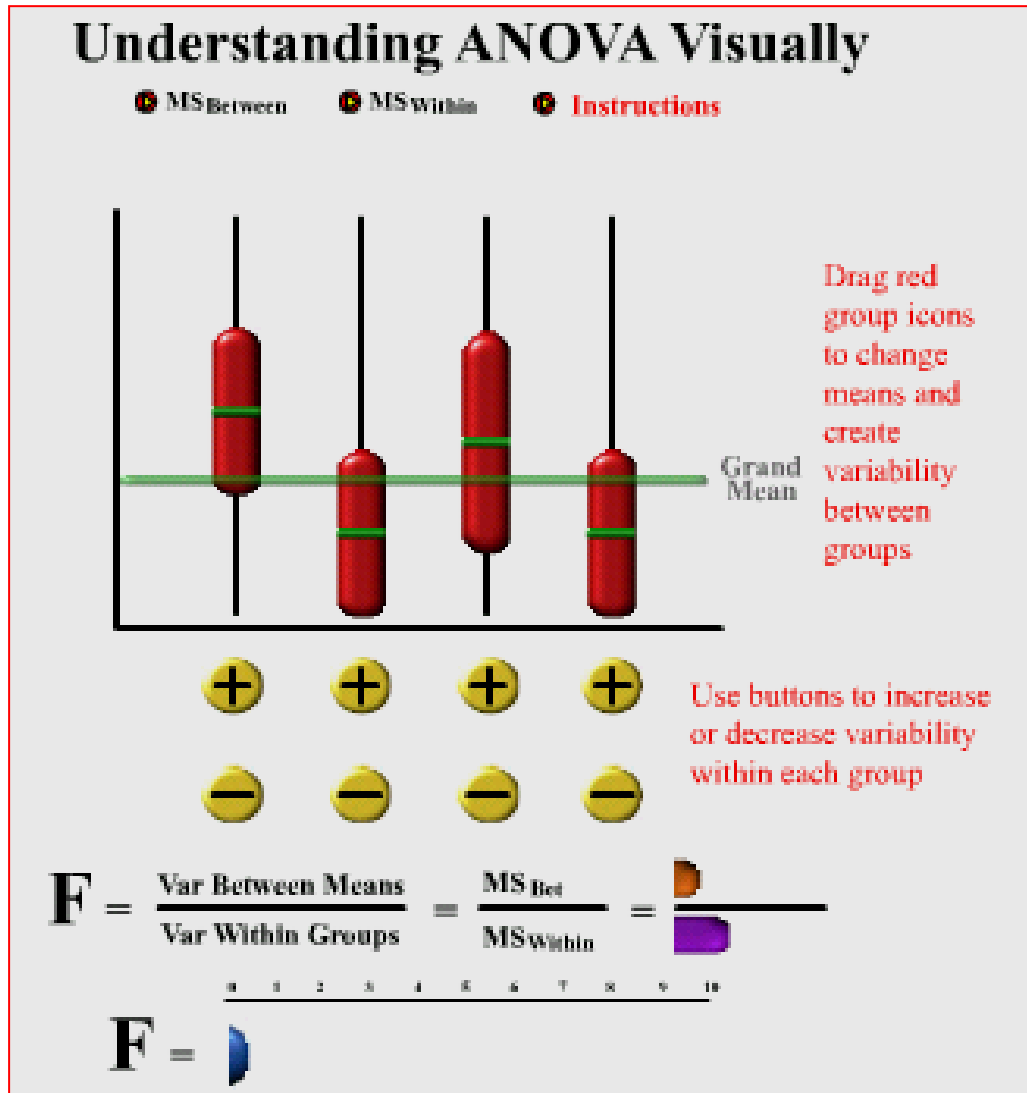
35-36291161 / 999012304 (cel)

Pratique:

<https://pedro.unifei.edu.br/quiz/Anova>

ANOVA é um Teste para Comparar Médias

(O nome é enganoso!)



Observe a lógica da Análise de Variância através da Applet ANOVA

As médias são estatisticamente diferentes?

1/8

		Tratamentos		
		A	B	C
Resposta		5	9	10
		4	1	5
		6	8	8
		7	11	7
		8	6	10
	Somatório	30	35	40
Médias	6	7	8	

As médias são realmente diferentes ou tudo não passa de casualidade?

$$H_0 : \mu_A = \mu_B = \mu_C$$

H_1 : Pelo menos um dos sinais = vai ser negado

As médias são estatisticamente diferentes?

2/8

Média geral

Passo 1: Cálculo da **Variação Total**

(A, B e C)

Σ

X_i	$X_i - \bar{X} = x_i$	x_i^2
5	5-7=-2	4
4	4-7=-3	9
Etc.	Etc.	Etc
7	0	0
10	3	9
105	0	96

Como $SS > 0$ é razoável imaginar que ela se compõe de variações que ocorrem Dentro dos Grupos (*Within*) e Entre os tratamentos (*Between*)

Foram considerados 15 observações: $DF=14$

Variação Total (SS: Sum Squares)

As médias são estatisticamente diferentes?

3/8

Passo 2: Cálculo da Variação Dentro do Grupo - *Within*

X_A	$X_A - \bar{X}_A$	$(X_A - \bar{X}_A)^2$	$(X_B - \bar{X}_B)^2$	$(X_C - \bar{X}_C)^2$
5	5-6=-1	1		
4	-2	4		
6	0	0		
7	1	1		
8	2	4		
		10	58	18

$$\text{Var Within} = \text{SSW} = 10 + 58 + 18 = 86$$

Foram considerados 5 observações em cada caso: DF=12

As médias são estatisticamente diferentes?

4/8

Passo 3: Cálculo da Variação Entre Tratamentos (*Between*)

\bar{X}_A	$\bar{X}_A - \bar{X}$	$(\bar{X}_A - \bar{X})^2$
6	-1	1
6	-1	1
6	-1	1
6	-1	1
6	-1	1
		5

$$\begin{array}{c} (\bar{X}_B - \bar{X})^2 \\ \downarrow \\ \mathbf{0} \end{array} \quad \begin{array}{c} (\bar{X}_C - \bar{X})^2 \\ \downarrow \\ \mathbf{5} \end{array}$$

$$\mathbf{SSB=5+0+5=10}$$

Foram considerados 3 observações:
DF=2

As médias são estatisticamente diferentes?

5/8

$$SS = SS_W + SS_B \quad ! \quad 96 = 86 + 10$$

Graus de Liberdade (DF: Degree of Freedom):

SS possui $(15-1)=14$ DF

(3 Tratamentos) (5 Observ/Trat)

SS_W possui $(5-1)(3)=12$ DF

(5 Observ/Amostra)(3 Amostras)

SS_B possui $(3-1)=2$ DF

(3 Tratamentos -1)

A	B	C
5	9	10
4	1	5
6	8	8
7	11	7
8	6	10

$$DF_{SS} = DF_{SS_W} + DF_{SS_B} \quad ! \quad 14 = 12 + 02$$

As médias são estatisticamente diferentes?

6/8

Teste de Fisher para Médias

$$SS=SSW+SSB \quad ! \quad 96=86+10$$

$$DF_{ss}=DF_{ssW}+DF_{ssB} \quad ! \quad 14=12+02$$

Cálculo de F_0

$$SSB/DF_{ssB} = 10/2 = 5$$

$$SSW/DF_{ssW} = 86/12 = 7,17$$

$$F_0 = 5/7,17 = 0,70$$

<Calc F>

Probability density
 Cumulative probability
Noncentrality parameter:
 Inverse cumulative probability
Noncentrality parameter:
Numerator degrees of freedom:
Denominator degrees of freedom:
 Input column:
Optional storage:
 Input constant:
Optional storage:

$F_{crítico} = 3,89$ (em função dos DF_{ssW} , DF_{ssB} e $\alpha=5\%$)

$F_0 < F_{crítico}$



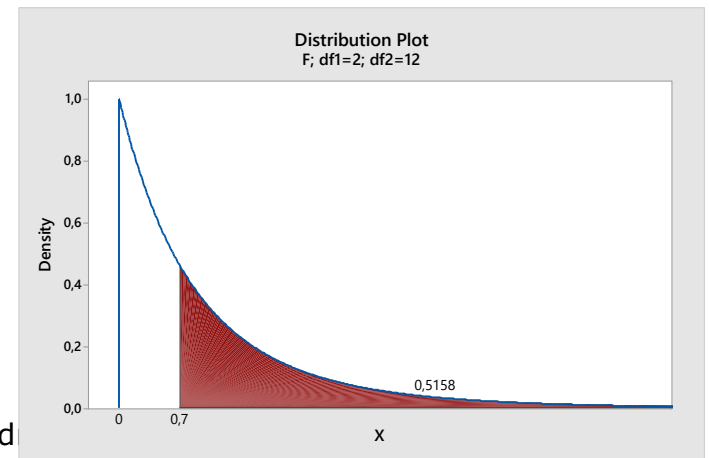
Não se Rejeita H_0

As médias são estatisticamente diferentes?

7/8

Quadro resumo

Fonte de Variação	Variação Própria	DF	Variância Estimada	F0
Between (ou SS Factor)	10	2	$10/2=5$	$5/7,17=0,70$
Within (ou SS Error)	86	12	$86/12=7,17$	
SS	96	14		



As médias são estatisticamente diferentes?

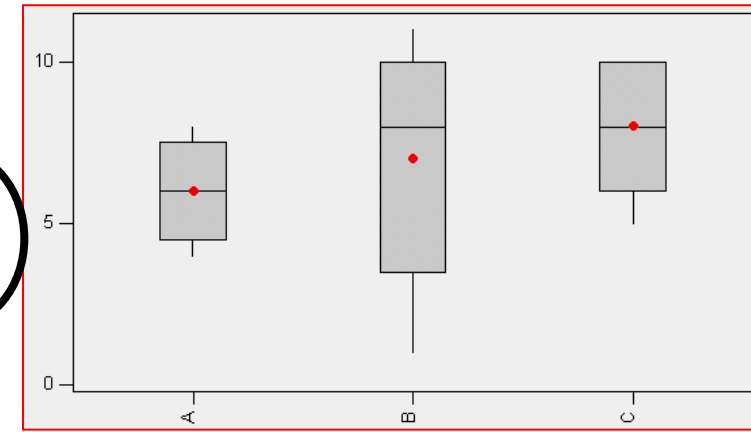
8/8

Minitab <ANOVA>One-Way Unstacked

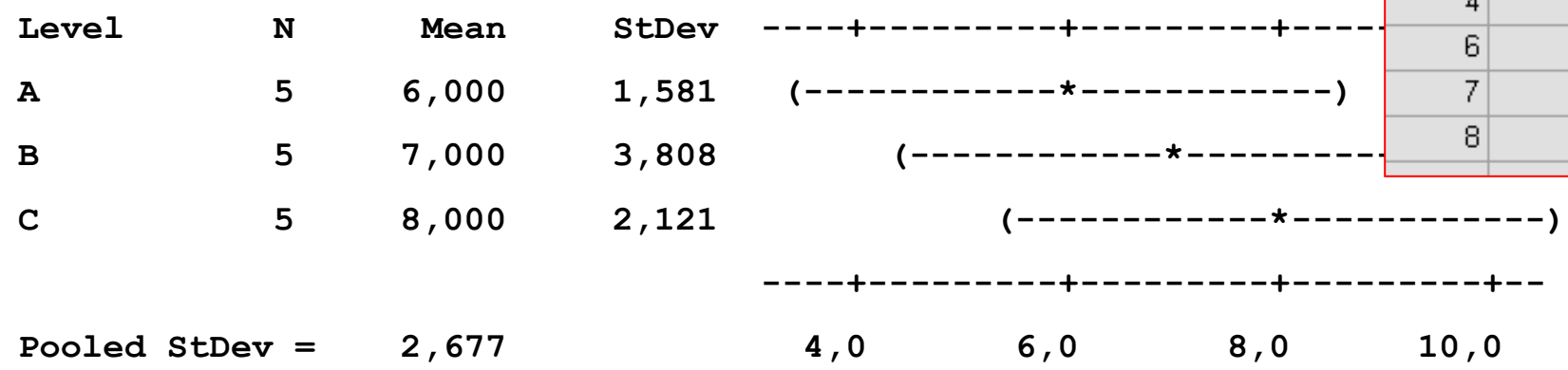
One-way ANOVA: A; B; C (use unstacked)

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	2	10,00	5,00	0,70	0,517
Error	12	86,00	7,17		
Total	14	96,00			



Individual 95% CIs For Mean
Based on Pooled StDev



A	B	C
5	9	10
4	1	5
6	8	8
7	11	7
8	6	10

Exemplo

Na definição do Setup dos fatores para o processo *Inside Spray* quatro conjuntos de níveis para os parâmetros de Temperatura foram avaliados. Deseja-se investigar o efeito desses quatro Setups com relação a Distribuição do Verniz interno no fundo para cerveja medidas em mg/pol² após o processo. Tais medidas são dadas na planilha ao lado.

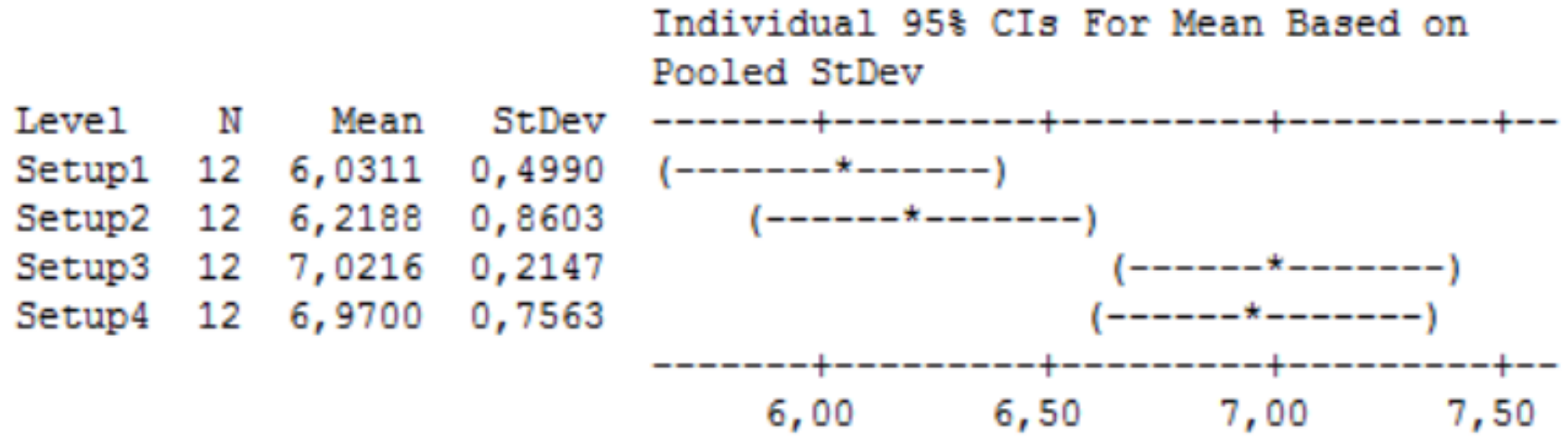
	Setup1	Setup2	Setup3	Setup 4
1	5.68	6.27	7.23	6.65
2	6.00	6.91	6.91	5.86
3	5.31	7.37	6.91	6.56
4	6.50	4.73	6.72	8.44
5	5.37	5.96	6.77	6.29
6	5.83	6.09	7.24	7.74
7	6.87	Anova_1.mtw		7.36
8	6.16	6.04	6.76	6.20
9	6.63	5.96	7.20	7.72
10	6.12	7.29	7.00	7.29
11	5.56	5.24	7.30	6.55
12	6.34	5.45	7.26	7.00

<One-Way ANOVA>

Source	DF	SS	MS	F	P
Factor	3	9,328	3,109	7,74	0,000
Error	44	17,680	0,402		
Total	47	27,008			

As médias são diferentes

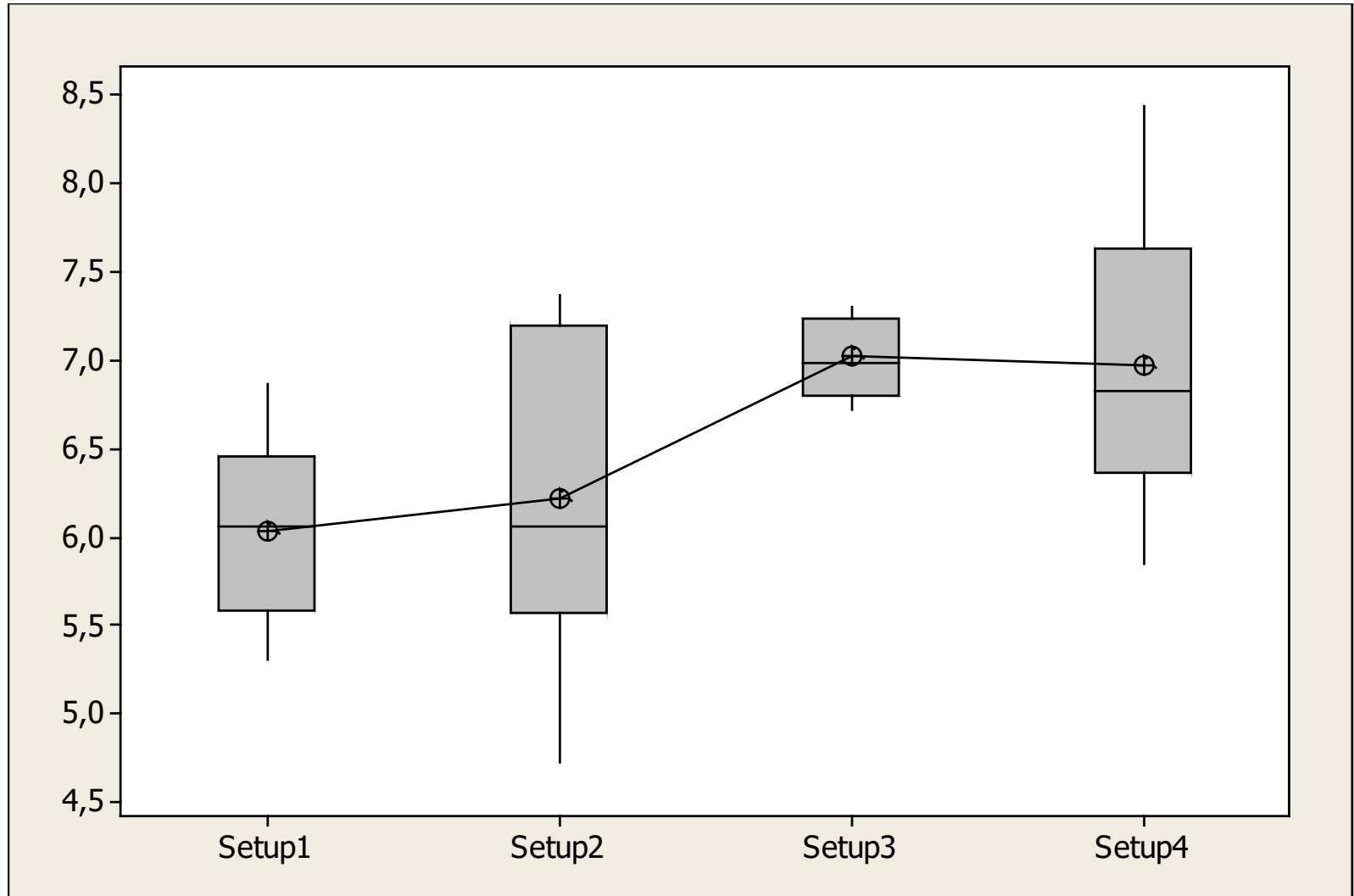
S = 0,6339 R-Sq = 34,54% R-Sq(adj) = 30,07%



Pooled StDev = 0,6339

<One-Way ANOVA>

3/3



Exemplo

Processo de fabricação de latas

No processo Bodymaker deseja-se investigar a Profundidade do Dome em função de 3 conjuntos de parâmetros (envolvendo pressão, Temperatura Vazão, etc...) e também em dois turnos de operação. Foram então colhidas amostras da Profundidade do Dome (em polegadas) para diferentes Turnos e diferentes Conjuntos de Parâmetros.

↓	C1	C2	C3-T
	Profundidade do Dome	Conj. Parametros	Turno
1	0.411	1	Primeiro
2	0.412	1	Primeiro
3	0.417	1	Segundo
4	0.411	1	Segundo
5	0.419	2	Primeiro
6	0.417	2	Primeiro
7	0.417	2	Segundo
8	0.416	2	Segundo
9	0.412	3	Primeiro
10	0.411	3	Primeiro
11	0.412	3	Segundo
12	0.413	3	Segundo

Anova_2.MTW

<Two-Way ANOVA>

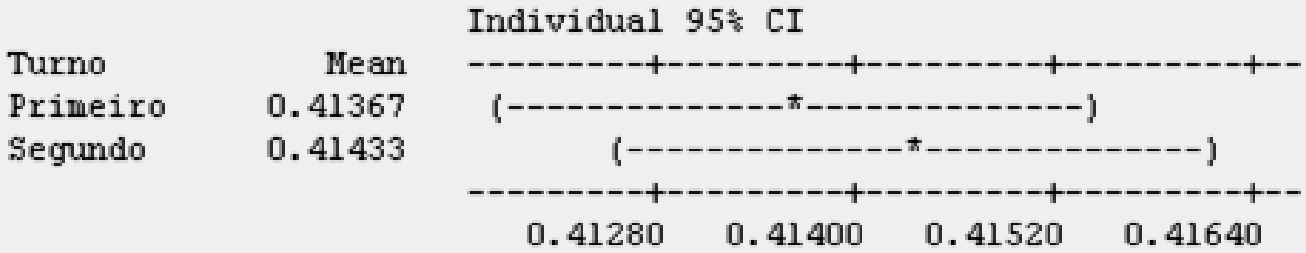
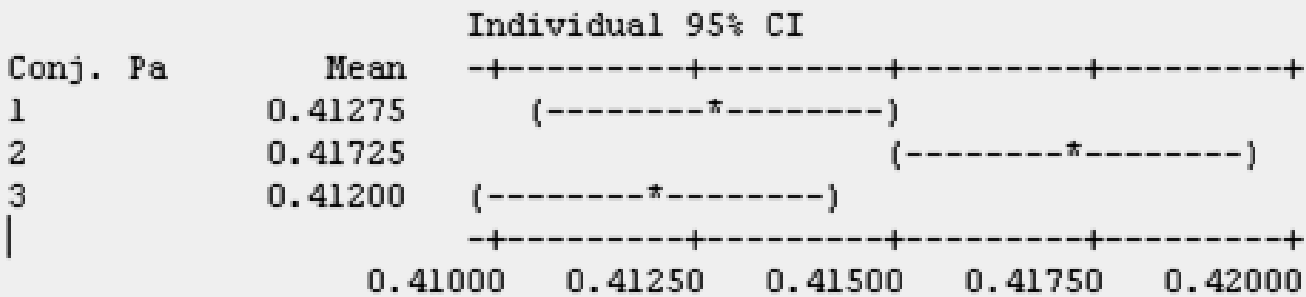
Two-way ANOVA: Profundidade do Dome versus Conj. Parametros, Turno

Analysis of Variance for Profundi

Source	DF	SS	MS	F	P
Conj. Pa	2	0.0000645	0.0000323	8.55	0.010
Turno	1	0.0000013	0.0000013	0.35	0.569
Error	8	0.0000302	0.0000038		
Total	11	0.0000960			

Diferentes

Iguais



Exemplo Processo de fabricação de latas

Deseja-se avaliar o tempo gasto (em minutos) por seis funcionários para ajustar o Setup de dois processos (I e II) usando dois diferentes procedimentos (um novo e um antigo). A planilha seguinte mostra os resultados obtidos.

	Tempo Gasto	Funcionarios	Processo	Procedimento
1	3,1	Carlos	I	Novo
2	7,5	Carlos	I	Velho
3	2,5	Carlos	II	Novo
4	5,1	Carlos	II	Velho
5	3,8	Paulo	I	Novo
20	5,4	Mario	II	Velho
21	3,6	Silas	I	Novo
22	7,8	Silas	I	Velho
23	2,4	Silas	II	Novo
24	4,8	Silas	II	Velho

**Isso é a base para
DOE - Delineamento
de Experimentos!**

Anova_5.MTW

ANOVA: Tempo Gasto versus Funcionarios; Processo; Procedimento

```
Factor      Type Levels Values
Funciona   fixed      6 Carlos  Jose  Lucas  Mario  Paulo  Silas
Processo   fixed      2      I    II
Procedim   fixed      2 Novo Velho
```

Analysis of Variance for Tempo Ga

Source	DF	SS	MS	F	P
Funciona	5	1,053	0,211	0,72	0,619
Processo	1	16,667	16,667	56,84	0,000
Procedim	1	72,107	72,107	245,91	0,000
Error	16	4,692	0,293		
Total	23	94,518			

Means		
Funciona	N	Tempo Ga
Carlos	4	4,5500
Jose	4	4,3750
Lucas	4	4,8500
Mario	4	4,5250
Paulo	4	5,0000
Silas	4	4,6500

Diferentes

Processo	N	Tempo Ga
I	12	5,4917
II	12	3,8250

Procedim	N	Tempo Ga
Novo	12	2,9250
Velho	12	6,3917

Pratique!

- Livro Texto: Montgomery/Runger 5e
 - **Chapter 13**(Resolver todos os exercícios com análise de dados pelo Minitab).

